

УДК 51:33

Лісковець С.М., Гуда О.В.

Луцький національний технічний університет

ПРОФЕСІЙНЕ СПРЯМУВАННЯ КУРСУ «ВИЩА МАТЕМАТИКА» ДЛЯ СТУДЕНТІВ ЕКОНОМІЧНОГО ПРОФІЛЮ

Лісковець С.М., Гуда О.В. Професійне спрямування курсу «Вища математика» для студентів економічного профілю. У статті розглядається застосування апарату лінійної та векторної алгебри, аналітичної геометрії, диференціального та інтегрального числення, функцій багатьох змінних, диференціальних рівнянь в економіці. В роботі зосереджена увага на важливості математичної освіти для сучасних спеціалістів економічного профілю.

Ключові слова: економічний профіль, лінійна алгебра, геометрія, похідна, інтегральне числення, диференціальні рівняння, математична освіта, економічні дослідження.

Лісковец С.М., Гуда О.В. Профессиональная направленность курса «Высшая математика» для студентов экономического профиля. В статье рассматривается применение аппарата линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии, дифференциального и интегрального исчисления, функции многих переменных, дифференциальных уравнений в экономике. В работе сосредоточено внимание на важности математического образования для современных специалистов экономического профиля.

Ключевые слова: экономический профиль, линейная алгебра, геометрия, производная, интегральное исчисление, дифференциальные уравнения, математическое образование, экономические исследования.

Liskovec S., Guda O. Professional direction of "Higher Mathematics" course for students of economic profile. The article deals with the application of the apparatus of linear and vector algebra, analytic geometry, differential and integral calculus, the function of many variables, differential equations in the economy. The work focuses on the importance of mathematical education for modern specialists in the economic field.

Key words: economic profile, linear algebra, geometry, derivative, integral calculus, mathematical education, economic research.

Постановка наукової проблеми. Переорієнтація студентів з процесу навчання на практичний результат, на формування професійних складових, які необхідні спеціалісту в різних сферах його діяльності – одна із основних тенденцій у вищій школі. При цьому погляди сучасних студентів на навчальний процес все більше направлені на безпосереднє практичне застосування отриманих знань та навиків. Саме вирішення актуальних освітніх задач, поставлених часом, та прагнення студентів до отримання фахового багажу знань повинні бути пріоритетними при вивченні тих чи інших програмних дисциплін навчального процесу.

Виклад основного матеріалу. В контексті професійної економічної освіти курс «Вища математика» для економічних спеціальностей має важливе та багатогранне значення. Математична база є основою фахових сучасних дисциплін таких як, «Економіко-математичне моделювання», «Теоретична та прикладна статистика», «Економічна статистика» та багатьох спеціальних економічних курсів, зокрема – «Багатовимірний аналіз даних у контролі й аудиті», «Економіко-математичне моделювання фінансового стану підприємства», «Аналіз виробничо-господарської діяльності», «Комп'ютерна техніка та економічне програмування», тощо.

Базові математичні знання мають важливе значення для професійної підготовки фахівців економічного профілю, адже саме застосування математичних методів та моделей лежить в основі економічного аналізу. Вміння аналізувати, узагальнювати, робити висновки та генерувати ідеї, так необхідні економічним спеціалістам, – одне із основних завдань практичного застосування математичного апарату. Сучасний ринок праці потребує фахівців, які не тільки володіють теоретичними знаннями, але й вміють самостійно мислити, оцінювати обстановку та приймати оптимальні рішення в різних ситуаціях.

Серед шляхів підвищення мотивації до вивчення вищої математики студентами-економістами є широке застосування економічних задач в ході опрацювання теоретичного курсу математичних розділів. Для наглядного бачення студентами необхідності вивчення теорії потрібно в навчальний процес максимально включати завдання економічного змісту, які не тільки формують професійну зацікавленість, але й творчу установку на майбутню професію. Крім того, математична підготовка суттєво допомагає оцінювати та прогнозувати процеси, що відбуваються в сучасній економіці. Студенти-економісти повинні вміти проводити математичні обчислення та розрахунки, обробляти отримані результати та аналізувати їх на достатньо високому професійному рівні та, що дуже важливо, застосовувати набуті знання на практиці.

Для отримання відповідної математичної підготовки студенти економічних спеціальностей повинні оволодіти основними поняттями та положеннями багатьох розділів вищої математики, серед яких – лінійна та векторна алгебра, аналітична геометрія, математичний аналіз (диференціальне та інтегральне числення функції однієї змінної), функції багатьох змінних, диференціальні рівняння, тощо. Значимість даних розділів математики для професійної освіти підкріплюється різноманітними задачами економічного змісту, що мають широке практичне застосування та сприяють реалізації міжпредметних зв'язків у процесі вивчення вищої математики.

Однією із проблем, які виникають в процесі навчання студентів економічних факультетів, є невміння зв'язати математичну теорію з економічними процесами, оцінити її значення в ході вирішення фахових завдань. В багатьох випадках студенти не можуть уявити цілісну картину економіко-математичної ситуації, що приводить до відсутності інтересу при вивченні математики. Змінити відношення до вивчення дисципліни можна шляхом максимального використання задач прикладного характеру, які зможуть професійно зацікавити студентів та переконати їх у важливості математичної підготовки. При цьому слід зазначити, що кількість навчальних кредитів для вивчення курсу «Вища математика» на економічних факультетах необґрунтовано має тенденцію до зменшення, такий підхід особливо характерний для вищих навчальних закладів регіонального рівня, що не може сприяти отриманню якісної математичної підготовки.

Курс «Вища математика» для студентів економічного профілю доречно розпочинати із окремих фінансових задач, які нададуть можливість математичній підготовці з перших занять отримати професійне забарвлення. Наприклад, узагальнюючи тему «Арифметична та геометрична прогресії», яка необхідна для подальших економічних розрахунків, потрібно повторити обчислення простих та складних відсотків. Так, зокрема, зробити акцент на тому, що у випадку, якщо сума коштів P вкладена під R відсотків річних, то після першого року буде одержано

прибуток величиною $d = P \cdot \frac{R}{100}$. При цьому величина капіталу P , вкладеного під простий відсоток R , через n років обчислюється за формулою

$$a_n = P \left(1 + \frac{nR}{100} \right).$$

Такі актуальні формули – це наслідок найпростіших властивостей арифметичної прогресії. При цьому, формули, що мають відношення до складних відсотків, впливають із властивостей геометричної прогресії. Так, величина капіталу P , що зростає кожного року на R складних відсотків через n років прийме значення

$$P_n = P(1 + 0.01R)^n.$$

Основні формули, які часто застосовуються для економічних розрахунків, утворюють математику фінансів. Це, в першу чергу, підрахунок різних середніх величин та похибок, обчислення простих та складних відсотків прибутку; розрахунки накопичення, на які регулярно нараховується та зараховується фіксований дохід та робиться баланс вкладень і запланованих відсотків; розрахунки ренти; щорічної ренти; погашення боргу (процес повернення боргу регулярно, певними частинами, в певний термін і на протязі обумовленого часу із виплатою певного відсотка), тощо.

Вивчення «Лінійної алгебри» – першого розділу «Вищої математики», доречно поєднувати із розв'язуванням задач економічного напрямку, в яких широко використовуються основні поняття (матриці, визначники, обернені матриці, системи лінійних алгебраїчних рівнянь). Студенти-економісти повинні переконатися, що матриці широко застосовуються для планування виробництва та транспортних перевезень, в планових розрахунках, для розрахунків фонду заробітної плати. Матриці дозволяють розробити різні варіанти плану, провести відповідний аналіз, полегшують дослідження залежності між різними показниками. Так, модель міжгалузевого планування потреб та пропозицій базується на аналізі матриці потреб та пропозицій між різними галузями промисловості (при обчисленні майбутніх пропозицій використовуються елементи оберненої матриці). Серед основних економічних задач, які зводяться до розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь різними методами, відносяться такі завдання:

- задача знаходження коефіцієнтів повних та непрямих витрат, економічного плану та програми виробництва (застосовується обернена матриця, матричний спосіб розв'язування систем лінійних рівнянь),

- задача знаходження витрат сировини, палива та трудових ресурсів, при цьому розраховуються сумарні витрати для виконання програми виробництва та внутрішні виробничі витрати (використовується механізм множення матриць), тощо.

- задача прогнозування об'єму випуску продукції (результат розв'язку неоднорідної системи лінійних алгебраїчних рівнянь).

Апарат лінійної алгебри застосовується в спеціальних економічних курсах для складання моделі взаємної закупівлі товарів, для опису лінійної матричної моделі міжнародної торгівлі, для аналізу міжгалузевої економіки.

Вектори, як основний об'єкт вивчення векторної алгебри, знайшли різнопланове застосування в задачах мікроекономіки. Так, широко використовується вектор-рядок вартості $V = (v_1, v_2, v_3, v_4)$, елементами якого є вартості різної сировини, палива, робочої людино –

години та вектор-стовпець $D = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{pmatrix}$ потреб відповідних галузей до продукції окремих ділянок

виробництва та багато інших. В даному розділі доцільно зробити акцент на продуктивну функцію, яка використовується при аналізі закономірностей виробництва і яка, по суті, є співвідношенням між використаними у виробництві ресурсами та випущеною продукцією. Із продуктивною функцією тісно пов'язана функція випуску та функція виробничих витрат. Ці функції у певних випадках використовують правила дій над векторами.

Найпростіші лінійні статистичні економічні системи описуються за допомогою векторів. Наприклад, для дослідження динамічних моделей різних процесів стан окремої економічної системи, що вивчається, в момент часу t описується за допомогою вектора X із n вимірного простору, а керування процесами в той самий момент часу описується за допомогою вектора $U(t)$ із k вимірного простору. Таким чином, в динамічних моделях використовують вектори n та k вимірних просторів, координати яких залежать від часу t . Можна зауважити, що курсі «Математичне програмування» та в окремих економічних дослідженнях використовується поняття опуклої лінійної комбінації векторів.

Цікавими та професійно важливими є задачі економічного змісту, в яких застосовуються основні поняття, методи та формули аналітичної геометрії. Найбільш широко використовуються рівняння прямої та кривих ліній на площині, рівняння площини, прямої, поверхонь в просторі та їх графіки. Основним методом аналітичної геометрії є метод координат, крім того, для розв'язування задач геометрії застосовуються методи лінійної та векторної алгебри. Серед задач економічного змісту, в яких використовуються графіки прямих на площині та їх рівняння з кутовим коефіцієнтом, можна розглядати такі завдання:

- визначення рентабельності транспортного постачання;
- визначення найкращого плану виробництва, якщо задаються певні витрати;
- визначення витрат палива (знаходиться аналітична залежність між витратами палива та швидкістю);
- дослідження впливу розширення парку сільськогосподарських машин на зростання врожайності зернових культур;
- визначення рівноваги доходу та збитків, та багато інших.

Варто зауважити, що задачі економічного змісту, наведені вище, не охоплюють весь об'єм практичного застосування теоретичних знань, розглянутих розділів вищої математики. Обсяг задач професійного спрямування можна значно збільшити. При цьому використання завдань з прикладним фаховим змістом, крім того, що з перших занять надає математиці професійного забарвлення, ще сприяє розширенню кругозору студентів-економістів, мотивує до накопичення широкого спектру математичних знань, вчить думати логічно та оригінально, шукати нові творчі підходи до розв'язання поставлених завдань. З іншої сторони, такий підхід допомагає зняти проблему формального вивчення математики, показує студентам тісний зв'язок математичних

понять і теорії з майбутньою професією, веде до якісної математичної підготовки спеціалістів економічного профілю.

Математичний аналіз займає не тільки центральне місце в базовій математичній підготовці, даний розділ – це важливим інструментом для дослідження різних процесів в економіці. Важливою задачею майбутніх спеціалістів є вивчення економічних величин, записаних у вигляді функцій. Враховуючи цей факт, під час вивчення основних властивостей математичних функцій доречно акцентувати увагу на ознайомленні та початковому аналізі функцій, що використовуються в економічних дослідженнях. В першу чергу, до таких функцій відносяться:

- функція попиту, споживання та пропозицій (залежність обсягу попиту, споживання, пропозицій стосовно окремих послуг або товарів від ціни, доходу, інших факторів),
- функція корисності (залежність результату, ефекту певної дії від інтенсивності цієї дії),
- виробнича функція (залежність результату виробничої діяльності від фактору, який сприяє його появі),
- функція випуску (залежність обсягу виробництва від наявності або споживання ресурсів),
- функція витрат (залежність витрат виробництва від обсягу продукції), тощо.

Дослідження багатьох економічних процесів зводиться до аналізу цих та інших функцій, який базується на вивченні їх граничних та диференціальних властивостей. Відповідно, початкове ознайомлення з такими об'єктами економічних досліджень буде досить актуальним. В процесі вирішення окремих професійних задач створюються математичні моделі, будуються відповідні функції, які аналізуються за допомогою апарату диференціального та інтегрального числення. Наприклад, до таких задач відносяться завдання про отримання максимального прибутку при мінімальних затратах; про збільшення або зменшення виручки фірми за умови підвищення ціни на її продукцію; про з'ясування напрямку зміни доходу держави за умови збільшення або зменшення тих чи інших податків.

Вивчаючи базову основу диференціювання функцій однієї змінної та зміст похідної, для студентів економічного профілю доречно розглядати, наприклад, задачу про маргінальні вартість, дохід, прибуток. Маргінальними витратами називають гранично можливі витрати в умовах хоча б постійного відтворення виробництва. Аналогічно визначаються маргінальні доходи та прибуток.

Якщо $V(x)$, $D(x)$, $P(x)$ – функції відповідно витрат, доходу, прибутку виробництва x одиниць продукції, то $V'(x)$, $D'(x)$, $P'(x)$ – маргінальні вартість, дохід, прибуток (похідна функції витрат – маргінальна вартість). Похідні функції $V'(x)$, $D'(x)$, $P'(x)$ представляють економічний зміст похідної функції однієї змінної. Так як, дослідження швидкості зміни одного параметра веде до поняття похідної, то можна розглядати ряд інших аналогічних прикладів економічного характеру. Наприклад, якщо на момент часу t_0 виробник виготовив $f(t_0)$ одиниць

продукції, то відношення $\frac{\Delta f(t_0)}{\Delta t}$, де Δf – приріст випущеної продукції за час Δt , називають середньою продуктивністю праці виробника за час Δt , а границю

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta f(t_0)}{\Delta t} = f'(t_0) = p(t_0)$$

продуктивністю праці виробника в момент часу t_0 (економічний зміст похідної). Після акценту на економічний зміст похідної студентам фахового профілю не буде підстав сприймати диференціальне числення як формальну, відірвану від економіки, математичну тему. Крім того, в економіці широко використовуються середні величини: середній дохід, середній прибуток, середня продуктивність і так далі. Однак, частіше потрібно знати, як змінюється результат, якщо будуть збільшені витрати, або, навпаки, на скільки зменшиться результат, якщо витрати зменшаться. До студентів доречно довести, що в таких задачах потрібно визначити границю відношення приросту результату до витрат, тобто знайти похідну.

Для дослідження економічних процесів, які залежать від різних факторів, потрібно аналізувати функції багатьох змінних. Наприклад, попит на будь-який товар залежить від вартості його одиниці, якості, доходів споживачів, ціни альтернативного товару, пакування та інших чинників. Практичне застосування функцій кількох змінних стає очевидним. Вивчення властивостей таких функцій базується на дослідженні їх ліній та поверхонь рівня, на граничних та диференціальних властивостях. Питання про те, як змінюються значення відповідних виробничих

функцій при зміні одного із факторів веде до поняття частинних похідних. Важливим є поняття еластичності попиту, яка залежить від кількості виробів, які виготовлені та продані за певний інтервал часу, та від вартості одного виробу; при цьому еластичність виражається через частинні похідні. З економічної точки важливим є встановлення зв'язку між доходами підприємства та еластичністю попиту. Задача про кількісне значення об'єму випуску деякого товару, за який фірма отримує найбільший прибуток, зводиться до знаходження екстремуму функції кількох змінних. Аналогічною є задача про найменші витрати. Ці поняття та задачі економічного змісту професійно спрямовують студентів на вивчення теоретичної бази функцій багатьох змінних та є переконливими аргументами практичного використання математичних знань.

Вивчення інтегрального числення студентами економічного профілю доцільно також наповнювати прикладними задачами. Інтегрування в економіці має широке застосування, зокрема, для знаходження функцій витрат, прибутку, споживання, якщо відомі відповідно функції граничних витрат, граничного прибутку, граничного споживання, тощо.

Під час опрацювання матеріалу про обчислення означеного інтеграла та використання формули Ньютона-Лейбніца доречно розглядати, наприклад, задачу про витрати, дохід та прибуток. Нехай $V(x)$ – функція загальних витрат на виробництво x одиниць продукції, $V'(x)$ – функція маргінальних витрат. Тоді визначений інтеграл

$$\int_a^b V'(x)dx = V(x) \Big|_a^b = V(a) - V(b)$$

дорівнює зміні загальних витрат при зростанні кількості виробленої продукції від a до b одиниць. Звідси випливає такий висновок: зміна виробничих витрат при зростанні виробленої продукції від a до b одиниць дорівнює площі криволінійної трапеції, обмеженої графіком функції маргінальних витрат $y = V'(x)$, відрізком $[a, b]$ та прямими $x = a$, $x = b$.

Серед економічних задач, в яких використовується означений інтеграл:

- задача про коефіцієнт нерівномірного розподілу прибуткового податку (функція, яка описує дійсний розподіл прибуткового податку, називається кривою Лоренца);
- задача максимізації прибутку за певний проміжок часом;
- задача стратегії розвитку, зростання капіталу (дається відповідь на питання, яку кількісну стратегію потрібно обрати компанії, якщо номінальна облікова щорічна ставка відома).

При вивченні диференціального та інтегрального числення на економічних факультетах особливу увагу потрібно приділити таким поняттям, як границя, похідна, інтеграл, які широко використовуються в економічних дослідженнях.

Розділ «Диференціальні рівняння» – важливий апарат для дослідження різних процесів в економіці. Диференціальні рівняння застосовуються для знаходження закону зростання чисельності населення, функції попиту на товар (відомою є еластичність попиту) та в багатьох інших ситуаціях. Студентам-економістам потрібно показати необхідність вивчення даного розділу математики для вміння аналізувати економічні процеси. Наприклад, знайомство з найпростішими диференціальними рівняннями та задачею Коші можна почати задачею про зростання інвестицій. Встановлено, що швидкість зростання інвестованого капіталу у будь-який момент часу t пропорційна величині капіталу із коефіцієнтом пропорційності рівним узгодженому відсотку R неперервного зростання капіталу. Потрібно знайти закон зростання інвестованого капіталу, враховуючи величину початкової ($t = 0$) інвестиції K_0 . Будуємо математичну модель: $K(t)$ –

величина інвестованого капіталу в момент часу t (шукана функція), тоді $\frac{dK(t)}{dt}$ – швидкість зміни

величини інвестицій, $r = \frac{R}{100}$ – коефіцієнт пропорційності. За умови задачі маємо

$$\begin{cases} \frac{dK(t)}{dt} = rK(t), \\ K(0) = K_0 \end{cases}$$

Розв'язок рівняння – $K(t) = e^{rt+c} = e^c \cdot e^{rt}$. Згідно початкової умови, при $t = 0$ $K_0 = e^c$.

Отже, розв'язком задачі Коші є функція – $K(t) = K_0 e^{rt}$, а це означає, що інвестиції з часом зростають за експотенціальним законом.

Диференціальні рівняння широко використовуються при моделюванні проблем інфляції, економічного зростання, взаємозв'язків грошового та реального ринків та при вивченні різних закономірностей економічного розвитку суспільства.

Висновки: Таким чином, математика в системі підготовки сучасного економіста не може займати другорядне місце, так як є важливим апаратом для розв'язання прикладних задач та економічних досліджень. Для того, щоб процес вивчення математики позитивно впливав на рівень сформованих знань та навиків, необхідних студенту економічного профілю для фахових обов'язків, потрібно:

- спрямувати курс вищої математики на розв'язання професійно важливих задач;
- підвищити мотивацію студентів під час вивчення математики за рахунок включення в процес навчання задач економічного змісту;
- поглиблено вивчати лише той матеріал, який найбільш важливий для професійної діяльності;
- посилити зв'язок математики з майбутньою професією;
- поєднати математичні поняття із знаннями, необхідними для вирішення економічних завдань;
- отримані математичні знання, повинні доповнювати спектр професійної підготовки студентів економічного профілю.

1. Вища математика для економістів. Конспект лекцій /Уклад. Ю.П. Буценко, О.О. Диховичний, О.А. Тимошенко. – К: НТУУ «КПІ», 2014 – 256 с.
2. Барковський В.В. , Барковська Н.В. Вища математика для економістів. – Київ: ЦУЛ, 2010 – 400 с.
3. Васильченко І.П. Вища математика для економістів. – Київ: Знання, 2007 – 454с.
4. Долгих В.М. Вища математика для економістів. –ДВНЗ «Українська академія банківської справи Національного банку України», 2008– 110 с.