

УДК 510.589

Костючко С.М.

Луцький національний технічний університет

## РОЗРАХУНОК ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ ДВОФАЗНОГО АСИНХРОННОГО МОТОРА

**Костючко С.М. Розрахунок перехідних процесів двофазного асинхронного мотора.** У даній статті розроблена математична модель виконавчого асинхронного мотора при двофазному живленні. Рівняння стану мотора записані в нормальній формі Коші. Алгоритм включає в себе аналіз перехідних станів та побудований на математичному апараті загальної теорії нелінійних диференціальних рівнянь. Алгоритм може бути поширений на більш складні нелінійні системи. Приведено результати симуляції.

**Ключові слова:** двофазний мотор, математична модель, усталені стани, двоточкова крайова задача.

**Костючко С.Н. Расчет переходных процессов двухфазного асинхронного двигателя.** В данной статье разработана математическая модель исполнительного асинхронного двигателя при двухфазном питании. Уравнения состояния мотора записаны в нормальной форме Коши. Алгоритм включает в себя анализ переходных состояний и построен на математическом аппарате общей теории нелинейных дифференциальных уравнений. Алгоритм может быть распространен на более сложные нелинейные системы. Приведены результаты симуляции.

**Ключевые слова:** двухфазный мотор, математическая модель, принятые состояния, двухточечная крайовая задача.

**Kostiuchko S.M. Calculation transient process of a two-phase asynchronous motor.** In this article, a mathematical model of executing asynchronous motor with two-phase power supply is developed. The equations of the motor state are written in the Cauchy's normal form. The algorithm includes an analysis of transition states and is constructed on a mathematical apparatus of the general theory of nonlinear differential equations. The algorithm can be extended to more difficult nonlinear systems. Simulation results are given.

**Key words:** two-phase motor, mathematical model, stable states, Cauchy's problem.

### Вступ

Аналіз будь-якої фізичної системи включає в себе чотири етапи: розрахунок перехідних процесів, розрахунок усталених процесів, визначення статичної стійкості усталених процесів і розрахунку параметричної чутливості. Теорія нелінійних диференціальних рівнянь дозволяє всі чотири стадії аналізу об'єднати разом. Розрахунок перехідних процесів являє собою задачу Коші для диференціальних рівнянь стану. Як приклад, ми вибрали один з найпоширеніших виконавчих об'єктів комп'ютеризованої системи управління – двофазний асинхронний мотор.

У цій статті ми детально розглянуто одну з проблем аналізу фізичних систем (розрахунку перехідних процесів).

### Математична модель

Дану математичну модель насиченого асинхронного двофазного мотора отримуємо на основі відомих, добре перевірених на практиці, моделей трифазного мотора. Найбільш оптимальною тут є *A-модель*, записана в косогональних координатах [9, 10]. Диференціальні рівняння стану математичної моделі в розгорнутому вигляді мають вигляд [10]

Рівняння електромагнетного стану мотора запишемо у вигляді

$$\frac{d\mathbf{i}}{dt} = \mathbf{A}(\mathbf{u} - \boldsymbol{\Omega}'\boldsymbol{\Psi} - \mathbf{R}\mathbf{i}), \quad (1)$$

де

$$\begin{bmatrix} \lambda_S \\ \lambda_R \end{bmatrix}, \lambda = \mathbf{u}, \boldsymbol{\Psi}, \mathbf{i}; \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_S & \mathbf{A}_{SR} \\ \mathbf{A}_{RS} & \mathbf{A}_R \end{bmatrix}; \quad (2)$$

$$\boldsymbol{\Omega}' = \begin{bmatrix} & \\ & \boldsymbol{\Omega} \end{bmatrix}; \mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_S & \\ & \mathbf{R}_R \end{bmatrix}.$$

Тут  $\mathbf{i}_k = (i_{ke}, i_{kc})_t$ ,  $k = S, R$  – колонки фазних струмів обмотки статора й перетворених струмів обмотки ротора;  $\boldsymbol{\Psi}_k = (i_{ke}, i_{kc})_t$ ,  $k = S, R$  – колонки відповідних фазних повних потокозчеплень;  $\mathbf{u} = (u_e, u_c)_t$ , – колонки фазних напруг обмотки статора;  $\mathbf{A}_S, \mathbf{A}_{SR}, \mathbf{A}_{RS}, \mathbf{A}_R$  – матриці

$$\mathbf{A}_S = \alpha_S (1 - \alpha_S \mathbf{G}); \mathbf{A}_{SR} = \mathbf{A}_{RS} = -\alpha_S \alpha_R \mathbf{G};$$

$$\mathbf{A}_R = \alpha_R (1 - \alpha_R \mathbf{G}),$$
(3)

де  $\mathbf{G}, \mathbf{\Omega}$  – матриці

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} T + b_e i_e & b_c i_e \\ b_e i_c & T + b_c i_c \end{bmatrix}, \quad \mathbf{\Omega} = \omega \begin{bmatrix} & 1 \\ -1 & \end{bmatrix}.$$
(4)

причому

$$b_e = b i_e; \quad b_c = b i_c; \quad b = \frac{R - T}{i_m^2};$$
(5)

$$R = \frac{1}{\alpha_S + \alpha_R + \rho}; \quad T = \frac{1}{\alpha_S + \alpha_R + \tau}.$$
(6)

Тут  $\tau, \rho$  – обернені статична й диференціальна індуктивності, які знаходимо за характеристикою намагнечування машини так:

$$\tau = \left[ \frac{\Psi_m(i_m)}{i_m} \right]^{-1}; \quad \rho = \left[ \frac{d\Psi_m(i_m)}{di_m} \right]^{-1},$$
(7)

де  $i_m$  – модуль просторового вектора намагнечувальних струмів

$$i_m = \sqrt{i_e^2 + i_c^2}; \quad i_e = i_{Se} + i_{Re}; \quad i_c = i_{Sc} + i_{Rc}.$$
(8)

При відсутності насичення характеристика намагнечування вироджується в пряму  $i_m = \alpha_m \Psi_m$ , де  $\alpha_m$  – обернена основна індуктивність, а матриця (4) згідно з (6) – у діагональну

$$\mathbf{G} = \frac{1}{\alpha_S + \alpha_R + \alpha_m} \begin{bmatrix} 1 & \\ & 1 \end{bmatrix},$$
(9)

що значно спрощує диференціальне рівняння стану. Отже в даному випадку ми отримуємо найпростішу з відомих математичну модель асинхронного мотора;  $\mathbf{R}_S, \mathbf{R}_R$  – матриці опорів

$$\mathbf{R}_S = \begin{bmatrix} r_{Se} & \\ & r_{Sc} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{R}_R = \begin{bmatrix} r_R & \\ & r_R \end{bmatrix},$$
(10)

причому  $\alpha_S, \alpha_R$ , – обернені індуктивності дисипації обмоток статора й ротора;  $r_{Se}, r_{Sc}$  – опори обмоток статора;  $r_R$  – приведений опір обмотки ротора;  $\mathbf{\Omega}$  – матриця кутової швидкості  $\omega$ .

Компоненти колонки повних потокозчеплень обмоток статора й ротора знаходимо так

$$\Psi_{kj} = \frac{1}{\tau} (i_{Sj} + i_{Rj}) + \frac{1}{\alpha_k} i_{kj}, \quad j = e, c; \quad k = S, R.$$
(11)

Рівняння механічного стану має вигляд

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{p_0}{J} (M_E - M(\omega)), \quad M_E = \frac{3}{2} p_0 (\Psi_{Sc} i_{Se} - \Psi_{Se} i_{Sc}),$$
(12)

де  $M(\omega)$  – механічний момент;  $p_0$  – число пар магнетних полюсів;  $J$  – момент інерції ротора;  $M_E$  – електромагнетний момент.

Система диференціальних рівнянь (1), (12) – математична А-модель асинхронного двофазного мотора. Вона призначається для аналізу перехідних процесів.

В розгорнутому вигляді права частина рівняння (1) матиме вигляд

$$\mathbf{u} - \Omega' \Psi - \mathbf{Ri} = \begin{pmatrix} u_{SA} - r_S i_{SA} \\ u_{SB} - r_S i_{SB} \\ -\omega \Psi_{RB} - r_R i_{RA} \\ \omega \Psi_{RA} - r_R i_{RB} \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Причому

$$u_{SA} = U_m \sin \omega_0 t; \quad u_{SB} = U_m \sin(\omega_0 t - \pi / 2), \quad (14)$$

де  $U_m$  – амплітуда напруги живлення;  $\omega_0$  – його кутова швидкість.

Диференціальні рівняння електромеханічного стану (1), (12) підлягають сумісному інтегруванню. Вхідні дані:  $R_S, R_R, \alpha_S, \alpha_R, p_0, J$  і крива намагнечування  $\psi_m(i_m)$ ; вхідні сигнали:  $U_m, \omega_0, M(\omega, T)$ .

### Задача Коші

Систему звичайних диференціальних рівнянь (1), (12) запишемо в загальному вигляді

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = f(\mathbf{x}, t), \quad \mathbf{x} = (\mathbf{i}, \omega)_t. \quad (15)$$

Інтегрування диференціальних рівнянь (9) з заданими початковими умовами

$$\mathbf{x}(t)|_{t=0} = \mathbf{x}(0), \quad (16)$$

є задача Коші для заданої системи диференціальних рівнянь, яка представляє задачу розрахунку перехідних електромеханічних процесів мотора.

### Результати моделювання

Запропонований метод аналізу був детально досліджений у складних електромеханічних задачах, і виявився дуже ефективним [9, 10]. Результати моделювання перехідного процесу наведені нижче.

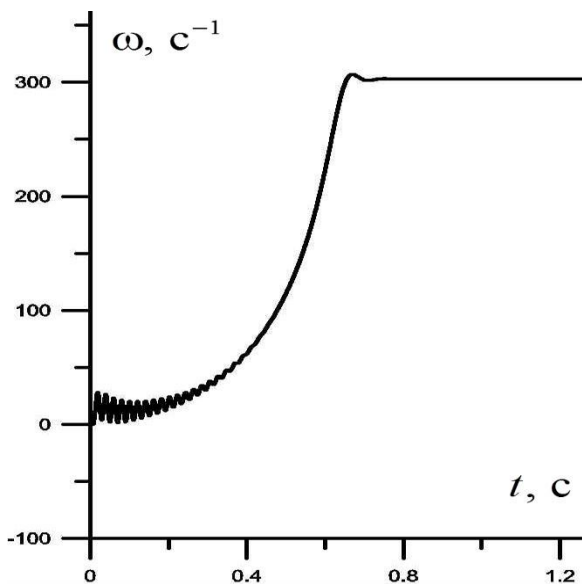


Рис. 1. Кутова швидкість в перехідному процесі

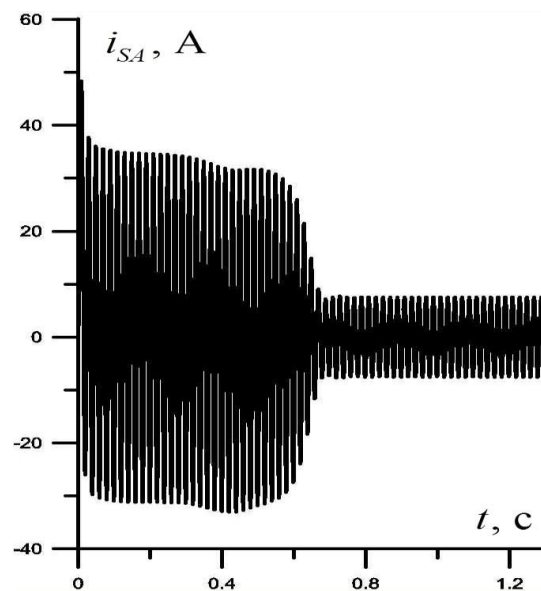


Рис. 2. Перехідний струм фази А статора

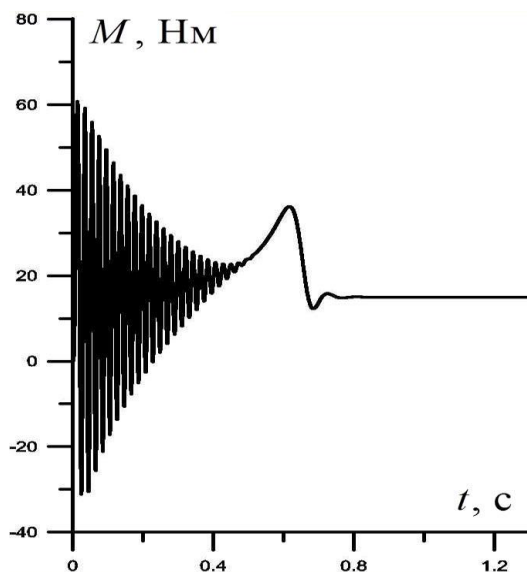


Рис. 3. Перехідний електромагнетний момент

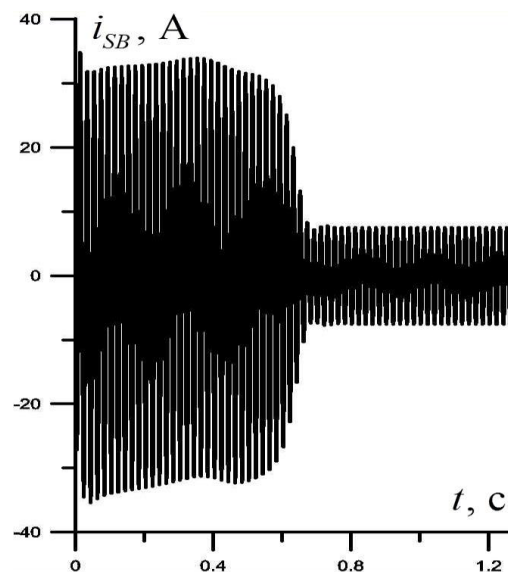


Рис. 4. Перехідний струм фази В статора

Параметри мотора:  $R_S = 1,01 \Omega$ ;  $R_R = 1,80 \Omega$ ;  $\alpha_S = 65 \text{ Н}^{-1}$ ;  $\alpha_R = 70 \text{ Н}^{-1}$ ;  $\alpha_b = 4,65 \text{ Н}^{-1}$ ;  $J = 0,025 \text{ кгм}^2$ ;  $p_0 = 2$ . Крива намагнення мотора визначається залежністю

$$\psi_m(i_m) = \begin{cases} 0.215i_m, & \text{if } 0 \leq i_m \leq 2; \\ 0.2213i_m - 0.0026i_m^3 + 0.00002i_m^5, & \text{if } 2 < i_m < 7; \\ 0.043i_m + 0.7, & \text{if } 7 \leq i_m. \end{cases}$$

Замість цієї кривої, в пам'ять комп'ютера вводяться відповідні криві основних статичних і диференціальних індуктивностей, які отримані відповідно до аналітичних виразів (7).

Вхідні сигнали:  $U_m = 310,5 \text{ В}$ ,  $\omega_0 = 10 \text{ с}^{-1}$ ,  $M(\omega, T) = 10 \text{ Нм}$ .

### Висновки.

1. На основі теорії електромагнітних кіл побудовано математичну модель двофазного асинхронного мотора, диференціальні рівняння, які записані в нормальній формі Коші.
2. Запропонований алгоритм дозволяє на основі математичного апарату загальної теорії нелінійних диференціальних рівнянь одночасно розрахувати перехідний процес як розв'язок задачі Коші для диференціальних рівнянь із заданими початковими умовами.
3. Велика кількість комп'ютерних симуляцій показала високу ефективність запропонованого алгоритму і абсолютну збіжність результатів з класичною теорією електромеханіки.

1. Aprile T.I. A computer algorithm to determine the steady-state response of non-linear oscillators / Aprile T.I., Trick T.N. // IEEE, Trans. Circuit Theory. – 1972. – vol. 19. – P. 354-360.
2. Donald G. Fink, H. Wayne Beaty Standard handbook for electrical engineers / McGRAW-HILL BOOK, twelfth edition. – NY. – 1987. – 1600 p.
3. Khusainov D. Introduction in modeling of dynamical systems (in Ukrainian) – Kyiv, 2010. – 130 p.
4. Korn G.A., Korn T.M. Mathematical handbook for scientists and engineers / McGRAW-HILL BOOK. – N.Y., Toronto, London. – 1961. – 720 pp.
5. Kozoriz V. Transport and the future (in Ukrainian) // Technical news, 2005 / 1(20), 2(21). – PP. 29-34.
6. Lyashko S.I. Generalized Optimal Control of Linear Systems with Distributed Parameters / Dordrecht, Boston, London. – Kluwer Academic Publishers. – 2002. – 455 p.
7. Melnik A. Architecture of computer (in Ukrainian) – Lutsk, 2008. – 470 p.
8. Tavares M., Portela C. Transmission system parameters optimization–sensitivity analysis of secondary arc current and recovery voltage // Power Delivery, 2004. – V. 19, № 3. – PP. 1464-1471.
9. Tchaban V. Mathematical modeling in electrical engineering (in Ukrainian). – Lviv: Taras Soroka's publisher home, 2010, 508 p.
10. Tchaban V. Mathematical modeling of electromechanical processes (in Russian). – Lviv, 1997, 344 p.
11. Tchaban V., Bily L. Mathematic modelling of periodic regimes of electric machines / Modelling, simulation and control. – 1984. – Vol. 1, № 1. – P. 35-39.

12. Tchaban V., Kostiuchko S. Parametric sensitivity of three-phase induction motor // *Technical news*, 2014 / 1(39), 2(40). – PP. 26-30.
13. Tchaban V., Kostiuchko S., Tchaban Z. Auxiliary model of parametric sensitivity // *Computational problems of electrical engineering*. – Lviv, 2012. – V.2, № 2. – PP. 105-111.
14. Tchaban V., Kozoriz V. Mathematical modelling of interaction of superconductors magnetic systems / *Proceedings Intern. AMSE Conference "Systems"*. – London. – 1993. – Vol. 3. – P. 149-153.
15. Tchaban V., Tchaban O. Derivative of matrices of parameters over independent variables (in Ukrainian) // *Technical news*, 2014 / 1(39), 2(40). – P. 51
16. Tchaban V., Tchaban O., Kostiuchko S., Tchaban Z. About one two-point boundary value problem // *Technical news*, 2011 / 1(33), 2(34). – PP. 10-12.
17. Tchaban V., Tchaban O., Kostiuchko S., Tchaban Z. The theory of electromagnetic circuits. – In monograph: *Computing in Science and Technology*, Rzeszow: Wyd-wo Uniwersytetu Rzeszowskiego, ISBN 978-83-7338-895-6, 2012/13, 172 p. (pp. 34-55).
18. Tchaban V., Tchaban Z. Simulation of static stability of tree phase induction motor. – *Przeład elektrotechniczny*, R. 87, NR 9a/2011, pp. 295–297.