УДК 514.181.6 + 514.182
Журило А. Г., к.т.н., доц. Сівак Є. М., к.т.н.
Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»

ДЕЯКІ ПИТАННЯ ЩОДО КРЕСЛЕННЯ КІЛ ПРИ ПОБУДОВІ АКСОНОМЕТРИЧНИХ ПРОЕКЦІЙ

Журило А. Г., Сівак Є. М. Деякі питання щодо креслення кіл при побудові аксонометричних проекцій. У статті розглянуті спрощення при кресленні кіл у аксонометричних проекціях. Показано практичне застосування зазначених спрощень. Наведено приклади використання спрощень при кресленні кіл на практиці.
Ключові слова: аксонометрія, ДСТУ, коло, діаметр, ромб, практичне застосування.

Журило А. Г., Сивак Е. М. Некоторые вопросы построения кругов при выполнении аксонометрических проекций. В статье рассмотрены упрощения изображения кругов при вычерчивании аксонометрических проекций. Показано практическое применение указанных упрощений. Приведены примеры вычерчивания кругов и окружностей на практике.
Ключевые слова: аксонометрия, ГОСТ, круг, диаметр, ромб, практическое применение.

Zhurilo A. G., Sivak E. M.. Some questions of construction of circles while performing the axonometric projection. The article discusses the simplification of the image of circles when drawing the axonometric projection. The practical application of these simplifications. Examples of drawing circles and circles in practice.
Keywords: axonometry, ISO, circle, diameter, rhombus. practical use.

Постановка проблеми. Незважаючи на широкий розвиток комп'ютерної техніки та широке застосування її для виконання креслеників, появі вже декількох поколінь програм КОМПАС, AUTOCAD та їхніх аналогів, аксонометричні проекції широко використовуються у машинобудуванні та архітектурі. Для їх опанування потрібно знати їхні властивості.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Питання щодо точних графічних побудов має велику історичну давнину, беручи свій початок ще в роботах Архімеда, Евкліда та інших вчених. З вичерпною повнотою і строгою науковою обґрунтованістю теорія точних метричних побудов була розроблена математиком Гаспаром Монжем, який у 1795 – 1799 рр. опублікував результати своєї двадцятирічної роботи під назвою «Нарисна геометрія» [1].

Серед імен, з якими пов'язаний розвиток наукової праці в області аксонометричних проекцій, можна згадати видатних вітчизняних вчених: Н. М. Бескіна, О. О. Вольберга, Н. О. Глаголєва, Є. А. Глазунова, А. І. Добрякова, Д. І. Каргина, І. І. Котова, М. О. Риніна, С. О. Смирнова, М. Ф. Четверухіна [11, 12].

У даний час теорія аксонометрії розроблена докладно і висвітлена в численних працях з нарисної геометрії. Питання ж практики побудови аксонометричних зображень висвітлені в літературі недостатньо. У практиці побудови аксонометричних зображень часто виникають значні труднощі, обумовлені не тільки недостатньою підготовкою виконавця, але і складністю окремих задач, що вимагають спеціального роз'яснення [4-6, 8, 9].

Положення ускладнюється ще й тому, що за останні 20..30 років практично не публікувалося робіт із практики побудови аксонометричних зображень та її основних законів. Ті ж роботи, що були опубліковані раніше, у більшості випадків розглядають аксонометричні проекції, не передбачені ГОСТ 2.317 – 69 або ДСТУ ISO 5456-3:2006 [2, 3].

Невирішені частини проблеми. Метою статті є доведення значного практичного значення креслення кіл при виконанні аксонометричних проекцій [7, 10].

Мета дослідження. Чималі труднощі викликає побудова кіл при кресленні аксонометричних проекцій. Справа в тому, що найбільш часто коло в аксонометричній проекції зображують еліпсом. А його побудова – непроста справа.

Якщо розглядати еліпс як паралельну проекцію кола, то можна вважати сполучені діаметри еліпса проекціями двох взаємно перпендикулярних діаметрів зображуваного кола. Цей випадок задання еліпса часто зустрічається в практиці складання креслеників.

На даних сполучених діаметрах еліпса *(MN* і *KL)* будують паралелограм (рис. 1), проводячи через кінці кожного діаметра прямі, паралельні іншому діаметру. Потім поділяють на однакову кількість рівних частин один з діаметрів еліпса і сторони паралелограма, що є паралельними іншому діаметру, нумеруючи точки розподілу, як показано на рис. 1. Проводячи з точок K і L прямі через точки розподілу, одержують у перетині одойменних (з однаковими номерами) прямих точки еліпса. У побудованому таким способом еліпсі не намічені його осі, тоді як вони часто бувають необхідні.

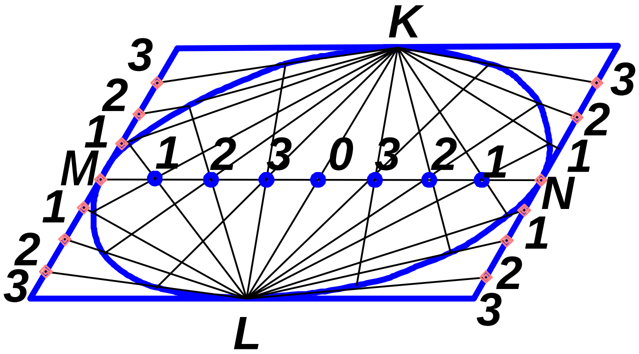

Рис. 1. Побудова еліпса за його сполученими діаметрами

Якщо еліпс побудований і потрібно позначити його осі, треба перетнути еліпс колом довільного радіуса, описаного з центра *O* (рис. 2). З’єднавши точки *1* і *2* перетину кола з еліпсом хордою *1–2,* проводять велику вісь *AB* паралельно хорді *1–2,* а малу вісь *CD* – перпендикулярно *1–2.*

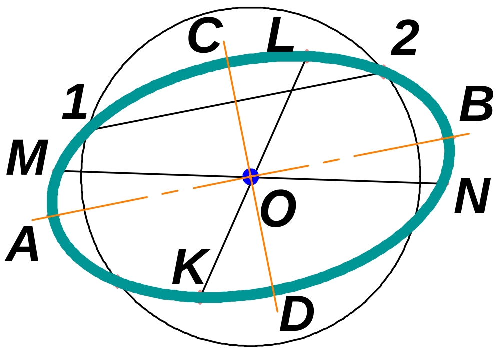

Рис. 2. Побудова еліпса за його сполученими діаметрами

Цей спосіб оснований на перетворенні кола в еліпс і був запропонований Ритцем у 1845 р. Ще більш спростити його дотепер не вдалося. За заданими сполученими діаметрами *MN* і *KL* креслять осі еліпса, після чого можна побудувати і сам еліпс будь-яким з наведених вище способів побудови еліпса за його осями, див. рис. 3.

Щоб побудувати осі еліпса, через центр *O* проводять пряму ON_1, перпендикулярну до *MN,* і відкладають на ній від точки *O* відрізок $ON_1 = ON = OM$. Через точку N_1 та кінець *L* іншого діаметра проводять пряму і поділяють відрізок N_1L навпіл (точка O_1 – середина відрізка N_1L). Прийнявши точку O_1 за центр, описують коло радіусом OO_1. Це коло перетинає пряму N_1L в точках *G* і *H*, через які проходять осі еліпса. Відрізок N_1H дорівнює великій півосі еліпса, а відрізок N_1G – малій півосі.

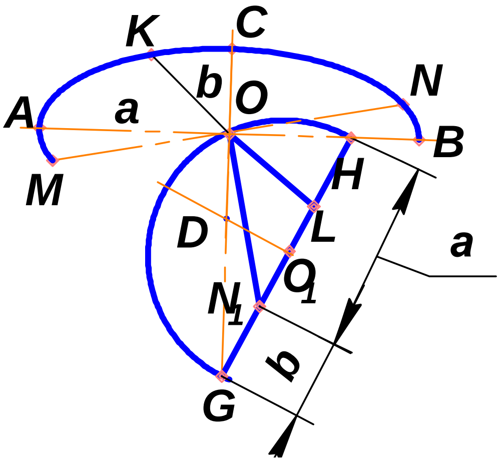

Рис. 3. Побудова еліпса за методом Ритца

Розглянуті способи варто застосовувати в тих випадках, коли еліпс має великі розміри і потребує побудови досить великої кількості його точок (наприклад, більше восьми) або коли потрібно одержати додаткові точки еліпса на окремих його ділянках для більш точного проведення кривої, що використовується в розв'язанні задачі.

У тих випадках, коли еліпс на кресленику невеликий і для його обведення не потрібно багато точок, можна користуватися спрощеними способами, які наведені нижче.

На заданих сполучених діаметрах *1–3* та *2–4* (у розглянутому випадку вони дорівнюють один одному) будують паралелограм (рис. 4, *а*), проводячи через кінці кожного діаметра сторони паралелограма, паралельні іншому діаметру. Потім з точок *1* та *С* проводять прямі *А1* і *АС* під кутом в 45° до напівсторони *1С* і відзначають точку *А* перетину цих прямих. З точки *1* як з центра описують дугу кола радіуса *А1*. Через точку *В* перетину дуги кола зі стороною *1С* проводять пряму *В6* паралельно *1—3* та відзначають точки *5* і *6* перетину прямої *В6* з діагоналями паралелограма. Точки *5* і *6* належать еліпсу.

Провівши далі прямі *5–8* і *6–7,* паралельні діаметру *2–4,* одержують у перетині цих прямих з діагоналями паралелограма точки *7* та *8*, що також належать еліпсу. Таким чином, усього отримують вісім точок еліпса: точки *1,2, 3* і *4* – кінці сполучених діаметрів еліпса і точки *5, 6, 7, 8,* що побудовані описаним способом. Цих восьми точок цілком достатньо, щоб накреслити еліпс, якщо він невеликий за розмірами.

Зазначимо, що в наведеному на рис. 4, *а* випадку осі еліпса збіглися з діагоналями паралелограма, тому що сполучені діаметри рівні між собою і паралелограм перетворився у ромб.

У загальному випадку задання сполучених діаметрів осі еліпса не збігаються з діагоналями паралелограма. Тоді побудова восьми точок еліпса не зміниться, а осі еліпса можна визначити так, як це було зроблено на рис. 2.

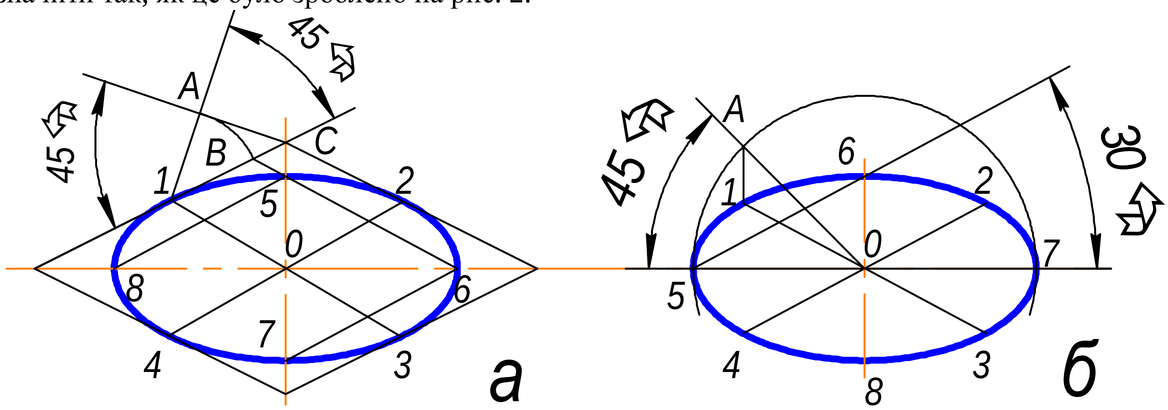

Рис. 4. Побудова еліпса спрощеними способами

Цей спосіб (рис. 4, *б*) визначення величини осей еліпса і побудови восьми його точок за двома сполученими діаметрами, запропонований Ю. Порсіним, вимагає меншого числа побудов і більш точний, ніж спосіб 6 (рис. 4, *а*). Але він придатний лише для побудови прямокутної ізометрії кола, що розташоване в кожній із площин координат або їй паралельній, і для побудови еліпса у горизонтальній ізометрії, тоді як спосіб 6 придатний для усіх випадків задання еліпса його сполученими діаметрами.

Розглянемо сутність запропонованого способу на прикладі побудови еліпса, що являє собою прямокутну ізометрію окружності, розташованої в площині $П_1$ (*XOY)* або їй паралельній.

Задано сполучені діаметри еліпса *1–3* та *2—4,* які є паралельними аксонометричним осям *OY'* та *OX'*. Проводимо через центр еліпса *О* пряму *АО* під кутом в 45° по напрямку великої осі еліпса. Через точку *1* проводимо пряму *А1* перпендикулярно великій осі еліпса і позначаємо точку *А* перетину прямих *АО* і *А1.* З центру *О* радіусом *АО* описуємо коло до перетину з великою віссю в точках 5 та 7*,* які і є кінцями великої осі еліпса.

Через точку 5 проводимо пряму *5–6* під кутом 30° до великої осі еліпса (або, що те ж саме, паралельно діаметру *2–4)* і позначаємо точку *6* перетину цієї прямої з вертикальною прямою *06,* що є перпендикулярною до великої осі еліпса. Точка *6* – кінець малої осі еліпса. Другий кінець малої осі – точку *8* – можна отримати, відклавши від центра *О* вниз відрізок *О8* = *О6* або провівши через точку 7 пряму 7–*8*, паралельну прямій *2–4*.

Визначивши вісім побудованих точок, можна достатньо точно викреслити еліпс. Окрім того, тут визначаються величини осей еліпса, тобто, можна одержати будь-яку його точку одним зі способів побудови еліпса по його осях, а також робити інші побудови, основані на перетворенні кола в еліпс.

Звернемо увагу ще на одну важливу залежність: відношення відрізків О1/АО = 0,82. Це графічний спосіб взаємного переходу натуральних координат в аксонометричні для прямокутної ізометрії.

На заданих сполучених діаметрах *АВ* і *CD* будують паралелограм *1–2–3–4*, провівши через кінці кожного діаметра його сторони (рис. 5), паралельні іншому діаметру. Потім через кінець *В* одного з діаметрів проводять пряму *В5*, перпендикулярну до цього діаметра, і відкладають на ній відрізок *5В* = *ОВ*.

З центру *О* радіусом *05* описують коло, що перетинає продовження діаметра *АВ* в точках *6* та *7*. Далі будують новий паралелограм *6–8–7–9*, проводячи його сторони паралельно діагоналям першого паралелограма. Точки *К, L, М, N* перетину сторін нового паралелограма з діагоналями першого паралелограма є точками еліпса.

Осі еліпса, якщо вони необхідні, можна позначити за способом, що наведений на рис. 2.

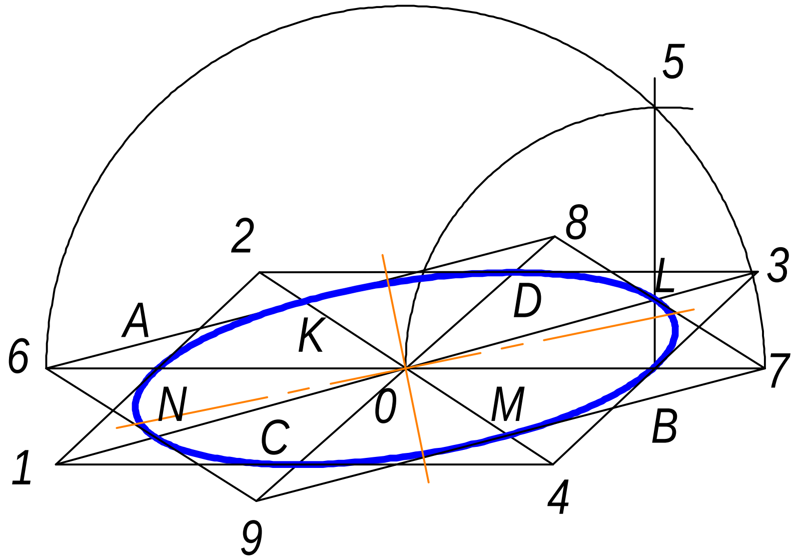

Рис. 5. Побудова еліпса, вписаного в паралелограм

У деяких випадках у практиці аксонометричних проекцій еліпси заміняють овалами — кривими, що складені з дуг окружностей, тобто так званими коробовими кривими. Побудову овалів можна знайти у всіх підручниках і у всіх довідниках з креслення.

Не заперечуючи відомих рекомендацій із заміни еліпсів овалами, необхідно визначити, що побудова овала нітрохи не простіша побудови еліпса, наприклад по восьми точках.

У той же час овал, навіть близький за своїм обрисом до еліпса, у змісті наочності зображення часто сильно поступається останньому. Якщо ж потрібно розв'язати на аксонометричному кресленику якусь задачу з використанням проекції кола, то заміна еліпса овалом звичайно стає неприпустимою.

Таким чином, заміна еліпсів овалами часто переваг не дає і може бути виправдана лише в окремих випадках, пов'язаних з навчанням побудові аксонометричних проекцій і тим, що овал обводиться циркулем, а не по лекалу, що істотно полегшує їхнє креслення, особливо для початківців.

Овал зручно будувати, вписуючи в ромб, що є ізометричною проекцією квадрата. Побудова овалу, вписаного в ромб, виконується у такій послідовності.

Спочатку будують ромб зі стороною, що дорівнює діаметру зображуваного кола (рис. 6, *а*). Для цього через точку *О* проводять ізометричні осі *X'* та *Y'*. На них від точки *О* відкладають відрізки, рівні радіусу кола, що зображують. Через точки *a, b, c* та *d* проводимо прямі, паралельні осям, та отримуємо ромб.

Велика вісь овала розташовується на великій діагоналі ромба.

Далі вписують у ромб овал. Для цього з вершин тупих кутів (точок *A* та *B)* описують дуги. Їх радіус *R* дорівнює відстані від вершини тупого кута (точок *A* та *B)* до точок *c, d* або *a, b* відповідно (рис. 6, *б*).

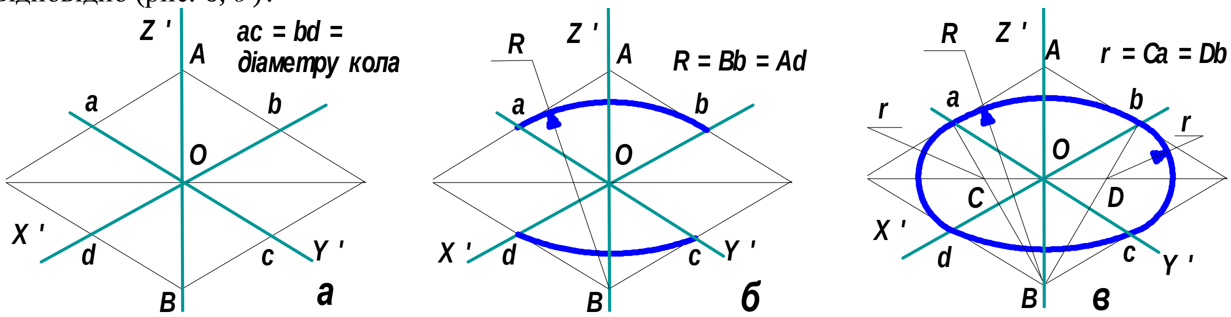

Рис. 6. Побудова овалу, вписаного в ромб

Через точки *B* та *a, B* і *b* проводять прямі. В перетині прямих *Ba* та *Bb* з більшою діагоналлю ромба знаходять точки *C* і *D* (рис. 6, *в)*. Ці точки будуть центрами малих дуг. Їх радіус *r* дорівнює *Ca* (або *Db)*. Дугами цього радіуса плавно з'єднують великі дуги овала.

Ми розглянули побудову овала, що розташований у площині Π_1, яка перпендикулярна осі *z* на ортогональному кресленику. Овали, що знаходяться в площині Π_2 (і перпендикулярні осі *y)*, та в площині Π_3 (і перпендикулярні осі *x*), будують так само. Тільки для овалу, перпендикулярного осі *y*, побудову здійснюють на осях *x* та *z*, а для овала, перпендикулярного осі *x*, – на осях *y* і *z*.

Висновки та перспективи подальшого дослідження. Розглянуто деякі способи побудови еліпсів та овалів, які можуть застосовуватися при виконанні наочних креслеників без втрат для їхньої ясності.

Наочні аксонометричні зображення можуть варіюватися в дуже широких межах: від ілюзорного зображення до схематичного креслення. Тому застосування побудови еліпсів та овалів залежить, насамперед, від мети і задач кожного конкретного зображення та досвіду і майстерності виконавця.

1. Гордон В. О. Курс начертательной геометрии : учебник / В. О. Гордон, М. А. Семенцов - Огиевский. – М.: Наука, 1976. – 432 с.
2. ЕСКД. ГОСТ 2.317-69 Единая система конструкторской документации. Аксонометрические проекции. М.: Издательство стандартов, 1969. – 8 с.
3. ДСТУ ISO 5456-3:2006. Кресленики технічні. Методи проеціювання. Частина 3. Аксонометричні проекції. К.: Держспоживстандарт України, 2008. – 12 с.
4. Журило А. Г. Методика построения аксонометрических проекций тел вращения на примере изометрической проекции цилиндра / А. Г. Журило // Вестн. НТУ «ХПИ». — 2007. – № 11. – С. 78 – 81.
5. Журило А. Г. Методика построения аксонометрических проекций тел вращения на примере изометрической проекции конуса / А. Г. Журило // Вестн. НТУ «ХПИ».— 2005. – № 57. – С. 65 – 68.
6. Журило А. Г. Побудова деяких геометричних тіл у диметрії / А. Г. Журило // Вестн. НТУ «ХПИ». — 2008. – № 43. – С. 128 – 131.
7. Журило А. Г. Теоретичні та практичні основи аксонометрії [Текст] / А. Г. Журило. Навч. посібник. Х.: НТУ «ХПІ». — 2010. - 196 с.
8. Журило А. Г. Основна теорема аксонометрії – теорема Польке-Шварца та її практичне використання / А. Г. Журило, Є. М. Сівак, І. Ю. Адашевська // Комп'ютерно - інтегровані технології: освіта, наука, виробництво. — 2015. - №19. - С. 198-202. Видавництво Луцького національного технічного університету.
9. Журило А. Г. Построение аксонометрических изображений без вторичных проекций / А. Г. Журило, Е. М. Сивак, И. Ю. Адашевская // Сборник трудов XI Международной заочной конференции «Развитие науки в XXI веке» Харьков. — 2016. Ч. 1. Стр. 95-101.
10. Каменев В. И. Аксонометрические проекции : Альбом чертежей / В. И. Каменев. — Москва–Свердловск : Гос. изд - во машиностроит. лит., 1946. – 72 с.
11. Ланюк А. В. Аксонометрические проекции : учебник / А. В. Ланюк. — М. : Гос. изд - во лит - ры по строительству и архитектуре, 1956. – 176 с.
12. Порсин Ю. Я. Аксонометрические изображения машиностроительных деталей : учебник / Ю. Я. Порсин. – М.- Л. : Машгиз, 1973. – 188 с.