

УДК 621.9.048.6

Тимошук В.М., Гуда О.В., Крадінова Т.А.

Луцький національний технічний університет

## ПОБУДОВА ДИНАМІЧНОЇ МОДЕЛІ ПУСКУ ВІБРАЦІЙНОЇ МАШИНИ З ДЕБАЛАНСНИМ ЗБУДНИКОМ КОЛИВАНЬ

**Тимошук В.М., Гуда О.В., Крадінова Т.А. Побудова динамічної моделі пуску вібраційної машини з дебалансним збудником коливань.** Побудовано модель вібраційної машини з дебалансним приводом з урахуванням впливу пружної муфти, встановленої між електродвигуном та збудником коливань. Наводяться практичні рекомендації для обмеження пускових деформацій та коливань муфти.

**Ключові слова:** дебалансний збудник, вібраційна машина, пружна муфта.

**Тимошук В.Н., Гуда О.В., Крадінова Т.А. Построение динамической модели пуска вибрационной машины с дебалансным вибровозбудителем колебаний.** Построена модель вибрационной машины с дебалансным приводом, учитывая влияние упругой муфты, которая установлена между электродвигателем и вибровозбудителем колебаний. Приводятся практические рекомендации для ограничения пусковых деформаций и колебаний муфты.

**Ключевые слова:** дебалансный вибровозбудитель, вибрационная машина, упругая муфта.

**Tymoshchook V.N., Guda O.V., Kradinova T.A Construction of dynamic model of vibration machine with the unbalanced exciter fluctuations.** Process of starting of vibration machine with debalance drive considering the influence of elastic couplings installed between motor and vibration exciter is examined. Practical recommendations for limiting the starting deformations and oscillation of couplings are shown.

**Keywords:** debalance drive, vibration machine, elastic couplings.

**Постановка проблеми.** Для інтенсифікації багатьох технологічних процесів у різних галузях промисловості використовують вібраційну техніку. У вібраційних машинах великого розповсюдження набув дебалансний привод, завдяки простоті та можливості одержання значних змушувальних сил за невеликих габаритів і відносно малої маси. В переходних режимах роботи таких машин можуть виникати значні коливаннями та істотні динамічні навантаження, наслідком чого є потреба у їх постійному технічному обслуговуванні та ремонті окремих елементів конструкції.

**Аналіз останніх досліджень.** Пуск вібромашин з інерційними збудниками коливань розглядався різними методами та викладений у низці праць, огляд яких можна знайти в [1-2]. У роботі [3] методом прямого розділення рухів наведено детальний аналіз проходження зони резонансу коливальною системою з інерційним віброзбудником, який встановлено на несучому тілі з одним ступенем вільності; випадок, коли несуче тіло має три ступені вільності таким самим методом розглянутий у роботах [3, 4]. Особливості розбігу вібромашин з дебалансними збудниками, що самосинхронізуються, аналізуються в [6]. У [5, 7] для дослідження процесу розбігу вібромашин з дебалансним приводом використано комп’ютерне моделювання. Проте, у цих та інших відомих працях, присвячених проблемам пуску вібромашин з інерційним приводом, використовувалися лише динамічні моделі машин без врахування існуючого пружного зв’язку між роторами електродвигуна та збудника коливань. Тобто, розглядалися лише, так звані, динамічні моделі машин з жорсткими ланками.

**Метою роботи** є побудова динамічної моделі пуску вібраційної машини з дебалансним приводом та плоским характером коливань робочого органу пружної муфти, яка з’єднує електродвигун із збудником коливань.

**Опис коливальної системи та рівняння руху.** Дано система являє собою тверде тримке тіло, яке зв’язане з нерухомою основою за допомогою пружних та демпфуючих елементів і може здійснювати плоскі коливання (рис. 1). На тримку тілі встановлено дебалансний віброзбудник, який приводиться в обертання від асинхронного електродвигуна. При цьому, його ротор з’єднаний з валом віброзбудника за допомогою пружної муфти з лінійною характеристикою. Система характеризується п’ятьма узагальненими координатами: кутами повороту роторів електродвигуна  $\varphi_1$ , віброзбудника  $\varphi_2$  та несучого тіла  $\varphi$  і його вертикальним та горизонтальним зміщенням  $y, x$ . Рівняння руху коливальної системи запишемо у вигляді [5]:

$$\begin{aligned} I_1\ddot{\varphi}_1 + \beta_M(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) + c_M(\varphi_1 - \varphi_2) &= L_1(\dot{\varphi}_1) - R_1(\dot{\varphi}_1), \\ I_2\ddot{\varphi}_2 - \beta_M(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) - c_M(\varphi_1 - \varphi_2) &= -R_2(\dot{\varphi}_2) + m\varepsilon(\ddot{x}\sin\varphi_2 + \ddot{y}\cos\varphi_2 - \ddot{\varphi}h\sin\varphi_2 + g\cos\varphi_2), \\ M\ddot{x} + \beta_x\dot{x} + c_x x + c_{x\varphi}\varphi &= m\varepsilon(\ddot{\varphi}_2 \sin\varphi_2 + \dot{\varphi}_2^2 \cos\varphi_2), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M\ddot{y} + \beta_y \dot{y} + c_y y &= m\varepsilon \left( \ddot{\phi}_2 \cos \varphi_2 - \dot{\phi}_2^2 \sin \varphi_2 \right), \\ J\ddot{\phi} + \beta_\phi \dot{\phi} + c_\phi \phi + c_{x\phi} x &= -m\varepsilon h \left( \ddot{\phi}_2 \sin \varphi_2 + \dot{\phi}_2^2 \cos \varphi_2 \right), \end{aligned}$$

де  $I_1, I_2$  – приведені моменти інерції ротора електродвигуна та ротора віброзбудника, відповідно;  $m, \varepsilon$  – маса збудника та його ексцентриситет;  $M, J$  – маса та момент інерції несучого тіла;  $\beta_i, \beta_x, \beta_y, \beta_\phi$  – коефіцієнти опору пружної муфти та пружин підвіски несучого тіла;  $c_i, c_x, c_y, c_\phi$  – жорсткість муфти та пружин;  $h$  – відстань, що визначає положення осі збудника;  $g$  – пришвидшення вільного падіння;  $L_1(\dot{\phi}_1), R_1(\dot{\phi}_1)$  – моменти електродвигуна та сил опору обертанню роторів двигуна та збудника.

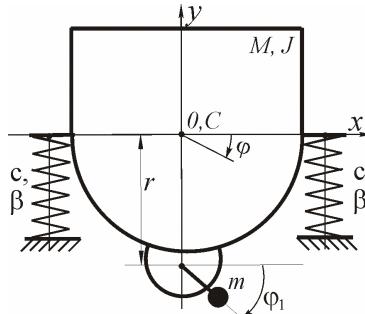


Рис. 1. Коливальна система з плоскими коливаннями несучого тіла

Щоб дослідити динаміку пружної муфти, опишемо рух роторів електродвигуна та віброзбудника, з'єднаних муфтою, за допомогою однієї змінної – кута закручування муфти  $\varphi_{12}$ :

$$\ddot{\varphi}_{12} + 2b_M \dot{\varphi}_{12} + p_M^2 \varphi_{12} = \frac{L_1(\dot{\phi}_1)}{I_1} + \frac{R_2(\dot{\phi}_2)}{I_2} - \frac{T_2}{I_2}, \quad (1)$$

де  $\varphi_{12} = \varphi_1 - \varphi_2$ ;  $b_M = \beta_M \frac{I_1 + I_2}{2I_1 I_2}$ ;  $p_M = \sqrt{c_M \frac{I_1 + I_2}{I_1 I_2}}$ ,  $T_2 = m\varepsilon (\ddot{x} \sin \varphi_2 + \dot{y} \cos \varphi_2 - \dot{\phi}_2 h \sin \varphi_2)$ .

Зазначимо, що: друга ступінь вільності визначає обертання усієї системи з однією й тією ж кутовою швидкістю; втрати від тертя в підшипниках двигуна  $R_1(\dot{\phi}_1)$  є незначними (внаслідок зрівноваженості його ротора), тому ними в подальшому нехтуємо; дію моменту сил ваги на динаміку коливальної системи при аналітичних дослідженнях не враховуємо.

**Виклад основного матеріалу.** Найбільш цікавий період пуску вібраційних машин з інерційним приводом – початковий період до виходу із зони резонансу. Цей період руху зручно розбити на рух до зони резонансу та рух безпосередньо у цій зоні.

Розглянемо перший етап – рух *вібраційної машини до зони резонансних частот*. У разі розглядуваного класу ві bromашин з м'яко віброзользованим несучим тілом, розбіг двигуна до досягнення ним резонансних частот коливальної системи відбувається достатньо швидко – до однієї секунди. У цей період руху частота  $\dot{\phi}_2$  ще досить мала, і в правій частині рівняння (1) можна знехтувати другим та третім доданками. На користь такого спрощення рівняння (1) також свідчить чисельна оцінка його складових [5]. Тобто, має місце ніби пуск двигуна без навантаження.

Спочатку припустимо (як часто вважають при аналітичному розв'язуванні задач динаміки ві bromашин), що момент електродвигуна при розбігу є сталим та рівним його пусковому моменту. Тоді загальний розв'язок рівняння (1) матиме вигляд

$$\varphi_{12} = \frac{L_{\text{пуск}}}{I_1 p_{mb}^2} [1 - e^{-b_M t} \left( \frac{b_M}{p_{mb}} \sin p_{mb} t + \cos p_{mb} t \right)], \quad (2)$$

де  $L_{\text{пуск}}$  – пусковий момент двигуна;  $p_{mb} = \sqrt{p_M^2 - b_M^2}$ ;  $p_{mb}$  – частота власних згасаючих коливань системи.

Зазначимо, оскільки невеликий опір мало впливає на період коливань, будемо вважати, що  $p_{mb} \approx p_M$ .

Згідно розв'язку (2), після пуску електродвигуна муфта починає закручуватися до деякої максимальної величини, при цьому виникають згасаючі коливання її напівмуфт з власною частотою  $p_i$  відносно середнього деформованого рівня

$$\varphi_{зkr} = \frac{L_{пуск}}{I_1 p_m^2}, \text{ або } \varphi_{зkr} = \frac{L_{пуск} I_2}{c_m (I_1 + I_2)}. \quad (3)$$

Максимальні деформації муфти виникають практично відразу після вмикання двигуна (через  $t = \frac{\pi}{p_m}$  сек) та, звичайно, у розглядуваному випадку миттєвого прикладання сталого моменту, є майже вдвічі більшими ( $\varphi_{max} = 2\varphi_{зkr}$ ), ніж деформація, викликана статичною дією моменту  $L_{пуск}$ .

Аналіз отриманих результатів свідчить, що деформації муфти в момент пуску будуть меншими за меншої величини пускового моменту електродвигуна й за більших жорсткості муфти, її власної частоти та відношення приведених моментів інерції ротора двигуна до віброзбудника.

У початковий період руху обертовий момент асинхронного двигуна не є сталим – мають місце його істотні коливання з частотою, близькою до частоти струму. Звичайно, м'яко віброізольоване несуче тіло практично «не відчуває» таких високочастотних коливань, у той час як для муфти (з власною частотою вищою щонайменше на порядок) їх треба враховувати. З урахуванням цього, вираз  $L_1(\phi_1)$  у правій частині рівняння (1) з більшою ступінню точності можна подати у вигляді  $L_1(\phi_1) = L_{пуск} [1 - e^{-b_{\partial\theta} t} \cos(6,28 f_{cmp} t)]$  (тут  $b_{\partial\theta}$  – коефіцієнт, що характеризує згасання коливань електромагнітного моменту;  $f_{cmp} = 50 Гц$ ). Тоді розв'язок рівняння (1) запишемо у вигляді:

$$\varphi_{12} = \frac{L_{пуск}}{I_1 p_m^2} \left[ 1 - e^{-b_m t} \left( \frac{b_m}{p_m} \sin p_m t + \cos p_m t \right) - B e^{-b_{\partial\theta} t} \cos(\omega_{cmp} t - \beta) \right] \quad (4)$$

$$\text{де } B = \frac{1}{\sqrt{\left( 1 - \frac{\omega_{cmp}^2 - b_{\partial\theta}^2 + 2b_{\partial\theta}b_m}{p_m^2} \right)^2 + \frac{4\omega_{cmp}^2(b_{\partial\theta} - b_m)^2}{p_m^4}}} ; \quad \beta = \operatorname{arcctg} \frac{2\omega_{cmp}(b_{\partial\theta} - b_m)}{p_m^2 - \omega_{cmp}^2 + b_{\partial\theta}^2 - 2b_{\partial\theta}b_m}.$$

Згідно аналізу розв'язку (4): після пуску очікуються максимальні деформації муфти та бігармонічний характер відносних коливань її напівмуфт з власною частотою та частотою струму відносно середнього закрученого рівня (3); на основний обертовий рух роторів двигуна та віброзбудника з однаковою кутовою швидкістю накладається додатковий коливний процес. Обидві складові коливань мають швидко згасати (крім випадку «зависання» кутової швидкості двигуна в зоні резонансу). При цьому, вільні коливання згасають (навіть при малій дисипації) значно швидше. Отже, вірогідніше виникне моногармонічний коливний процес з частотою коливань моменту електродвигуна.

Звичайно, амплітуди вимушених коливань істотно залежать від співвідношення частот  $p_i$  і  $\omega_{\partial\theta}$  й, у випадку їх близькості, мають бути досить великими, особливо у разі малої потужності двигуна й відповідно, повільного його розбігу. З іншого боку, за достатньої потужності двигуна згасання пускових коливань електромагнітного моменту відбувається достатньо стрімко. До того ж, з урахуванням великих коефіцієнтів опору муфти з неметалічними пружними елементами й того факту, що резонансні амплітуди виникають поступово, значні резонансні амплітуди не виникнуть.

Наблизений (без урахування сил опору) аналіз (4) свідчить, що у разі віддаленості власної частоти муфти від частоти коливань струму в межах  $\sqrt{3}\omega_{cmp} < p_m < \sqrt{\frac{2}{3}}\omega_{cmp}$ , амплітуди вимушених коливань не перевищать амплітуди власних коливань більш ніж у півтора рази. Отже, якщо власна частота муфти не виходить за вказані межі, то враховуючи те, що навіть незначне тертя істотно обмежує резонансні коливання, можна очікувати, що амплітуди вимушених коливань не перевищать амплітуд власних коливань, а максимальна деформація муфти буде не більшою за  $3\varphi_{зkr}$ , де  $\varphi_{зkr}$  – середній рівень закручування муфти за формулою (3). Звичайно, з урахуванням існуючого тертя, вищенаведені межі істотно звужуються, а величини пікових деформацій значно зменшуються.

Зазначимо, що згідно (4), пускові коливання муфти не залежать від статичних моментів дебалансів, тобто від одного з основних режимних параметрів вібромашин – амплітуди коливань несучого тіла.

**Чисельне моделювання пуску.** Результати моделювання (рис. 2, рис. 3) підтверджують отримані висновки. Моделювання виконано для вібромашини, у якої вісь ротора збудника збігається з віссю центра мас несучого тіла за наступних базових параметрів системи:  $M = 330 \text{ кг}$ ;  $J = 8,02 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ ;  $m = 30 \text{ кг}$ ;  $\varepsilon = 0,035 \text{ м}$ ;  $l = 0,23 \text{ м}$ ;  $\beta_y = 1000 \text{ кг} / \text{с}$ ;  $\beta_x = 894 \text{ кг} / \text{с}$ ;  $\beta_\varphi = 61,69 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 / \text{с}$ ;  $c_y = 5,0 \cdot 10^5 \text{ Н} / \text{м}$ ;  $c_x = 4,47 \cdot 10^5 \text{ Н} / \text{м}$ ; електродвигун асинхронний серії 4А з  $n_c = 1500 \text{ об} / \text{хв}$ ,  $P = 1,5 \text{ кВт}$ . Зазначимо, що для моделювання застосовано, так звану, *A*-модель асинхронного двигуна у косокутніх координатах струмів.

Згідно рис. 3, відразу після пуску вібромашини збурюються максимальні відносні коливання напівмуфт відносно деякого середнього деформованого рівня. Зазначимо, що значення середніх величин кутів закручування на рис. 2 та рис. 3 достатньо добре узгоджуються з отриманими за формулою (4) – деформацій у випадку статичного прикладання пускового моменту двигуна.

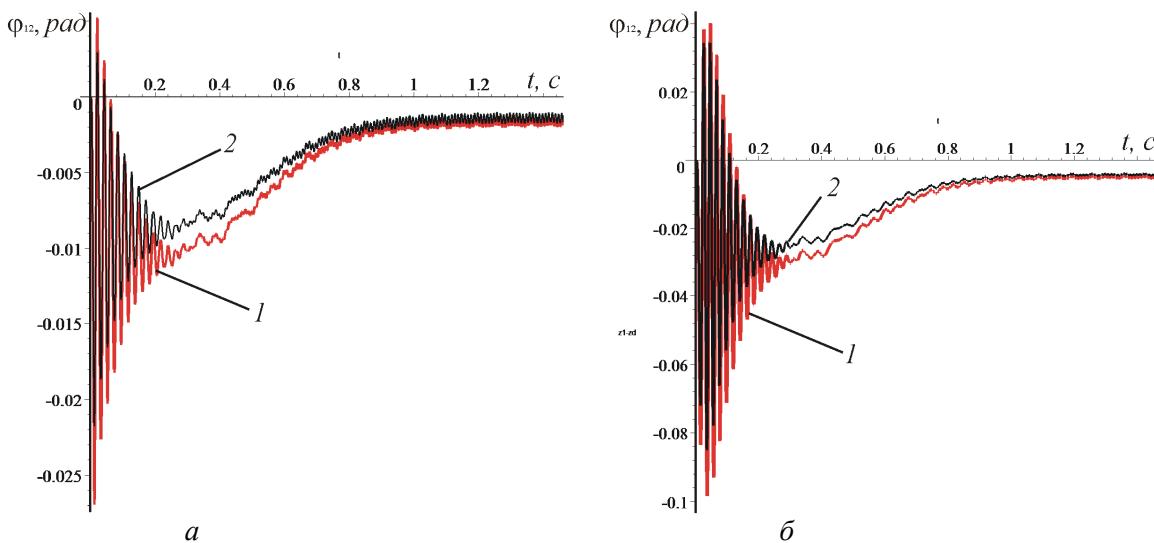


Рис. 2. Часові залежності зміни відносної координати кута закручування  $\varphi_{12}$

муфти ( $\beta_m = 1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 / \text{с}$ ): а) 1 –  $c_m = 2000 \text{ Н} \cdot \text{м}$ ; 2 –  $c_m = 2400 \text{ Н} \cdot \text{м}$ ;

б): 1 –  $c_m = 680 \text{ Н} \cdot \text{м}$ ; 2 –  $c_m = 800 \text{ Н} \cdot \text{м}$

Відносні коливання напівмуфт під час пуску є вимушеними, оскільки їх частота близька до частоти коливань електромагнітного моменту двигуна, а характер їх затухання подібний до процесу затухання коливань цього моменту. Зазначимо, що коливання напівмуфт з частотою  $p_i$  не спостерігаються. Максимальні деформації муфти, у разі віддаленості її власної частоти від частоти коливань струму, дещо більші за подвійні середні деформації; у випадку близькості цих частот – більші, ніж у тричі. Звернемо увагу, що у останньому випадку відразу після пуску проявляється резонансне зростання амплітуд коливань (рис. 2, б, рис. 3, б). Після проходження зони резонансу відбувається стрімке зменшення кутів закручування муфти та амплітуд відносних коливань напівмуфт.

Інтенсивність розглядуваних коливних процесів суттєво залежить від коефіцієнта опору пружних елементів муфти  $\beta_i$  та при його зменшенні зростає (рис. 3). Особливо це зростання істотне у зоні резонансу (рис. 3, б).

У випадку високонавантажених режимів, коли кутова швидкість двигуна в зоні резонансу «зависає», має місце лише відповідна затримка у зменшенні пускових кутів закручування муфти та виникнення у цей період руху «напівлінніх» [5] коливань напівмуфт.

Згідно результатам моделювання величина жорсткості муфти (власної частоти) та коефіцієнта опору її пружних елементів, помітно не впливає на перебіг процесів розбігу вібраційної машини вцілому, й зокрема, на загальну картину змін швидкості ротора віброзбудника та амплітуду коливань його несучого тіла.

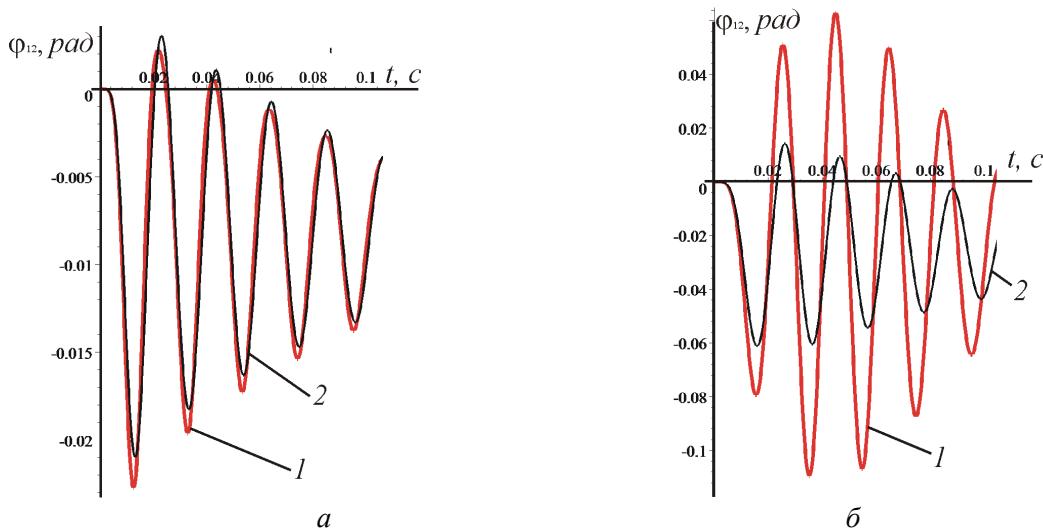


Рис. 3. Часові залежності зміни відносної координати кута закручування  $\varphi_{12}$  муфти в момент пуску двигуна: а)  $c_M = 2400 \text{ Н} \cdot \text{м}$ ; б)  $c_M = 800 \text{ Н} \cdot \text{м}$ ; 1 –  $\beta_M = 0,5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 / \text{s}$ ; 2 –  $\beta_M = 1,5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 / \text{s}$

#### Висновки.

Таким чином, максимальні деформації пружної муфти, яка з'єднує ротори віброзбудника та двигуна, мають місце в момент його пуску. При цьому збуджуються згасаючі коливання напівмуфт з частотою, близькою до частоти струму відносно деякого закрученого рівня, який з достатньою ступінню точності можна обрахувати у припущені, що момент двигуна є сталій і дорівнює пусковому моменту. Амплітуди цих коливань у випадку близькості власної частоти муфти до частоти струму можуть бути істотними; у далеко до- й зарезонансних зонах вони є дещо більшими за подвійну деформацію, викликану статичною дією пускового моменту; при виборі параметрів муфти важливо, щоб її власна частота не збігалася з частотою муфти. Для зменшення кута закручування муфти потрібно забезпечити її достатню жорсткість і не завищувати пусковий момент двигуна; для обмеження амплітуд відносних коливань напівмуфт потрібно збільшити демпфуючу здатність муфти. Наявність пружної муфти не вносить принципових змін у перебіг процесу проходження зони резонансу вібромуфти з дебалансним приводом. При виході на усталений режим відбувається зменшення пускових деформацій муфти та згасання коливань з частотою струму.

- Блехман И.И. Теория вибрационных процессов и устройств. Вибрационная механика и вибрационная техника. – СПб, ИД «Руда и Металлы», 2013. – 640с.
- Блехман И.И., Индейцев Д.А., Фрадков А.Л. Медленные движения в системах с инерционным возбуждением колебаний // Проблемы машиностроения и надежности машин, РАН. 2008. №1. – С. 25-31.
- Блехман И.И. Вибрационная механика. – М.: Физматлит, 1994. – 400 с.
- Ярошевич М.П., Ярошевич Т.С. Динаміка розбігу вібраційних машин з дебалансним приводом: монографія / Луцьк: ЛНТУ, 2010. – 220 с.
- Блехман И.И., Ярошевич М.П. Переходные режимы в инерционно-возбуждаемых послерезонансных вибрационных устройствах с несколькими степенями свободы несущей системы. / В кн. Нелинейные проблемы теории колебаний и теории управления. Вибрационная механика. ИПМаш РАН. – СПб.: Наука, 2009. – С. 110-122.
- Управление мехатронными вибрационными установками / Под. ред. И.И. Блехмана и А.Л. Фрадкова. СПб.: Наука, 2001, 278 с.
- Ярошевич М.П., Силивонюк А.В. Про деякі особливості динаміки розбігу вібраційних машин зі збудниками, що самосинхронізуються / Науковий вісник НГУ. – Дніпропетровськ. – 2013. – №4. – С. 37-45.