

УДК 532.5, 621.6

К.С.Бовсуновська, К.Х. Зеленський  
Університет «Україна»

### Комп'ютерне моделювання руху твердих домішків у циклонних камерах

**Бовсуновська К.С., Зеленський К.Х. Комп'ютерне моделювання руху твердих домішків у циклонних камерах.**

*Досліджується процес переносу твердих домішків у повітряній суміші у конічній частині циклонної камери з метою оцінки ступеню очистки повітря від цих домішків. Рівняння руху твердих частинок у двофазній суміші розв'язуються на ґрунті отриманого розв'язання системи рівнянь Нав'є—Стокса та рівнянь турбулентного руху повітряної суміші у верхній частині циклонної камери.*

**Ключові слова:** рівняння Нав'є—Стокса, різницеві схеми, рух твердих домішків, турбулентний рух,

**Бібл.4, Рис. 2.**

**Бовсуновская Е.С., Зеленский К.Х. Компьютерное моделирование движения твердых примесей в циклонных камерах.**

*Исследуется процесс переноса твердых примесей в двухфазной смеси в конической части циклонной камеры с целью оценивания степени очистки воздуха. Уравнения движения твердых примесей в двухфазной смеси решаются на базе полученного решения системы уравнений Навье—Стокса и уравнений турбулентности воздушного потока в верхней части циклонной камеры.*

**Ключевые слова:** движение твердых примесей, разностные схемы, турбулентное движение, уравнения Навье—Стокса,

**Библ. 4, Ил. 2.**

**Bovsunovska C.S., Zelensky C.Ch. Computer modelling of motion of hard particles in air flood in cyclones.**

*Investigation of transfer of hard particles in two phase flood in low part of cyclones is performed. The equations of motion of hard particles are solved on base of decision of Nav'є—Stokse system and turbulence of air flood in upper part of cyclone.*

**Key words:** motion of hard particles, Navier—Stokse equations, digital shemes, turbulence motion.

**Bib. 4, Il. 2**

Двофазні потоки широко використовуються у різних промислових, технологічних, енергетичних та інших установках.

У більшості двофазних течій середовище, що несе, переносить частинки більшої густини, ніж основний потік. Такими є тверді частинки або краплі рідини у газовому потоці, тверді частинки у рідині. Найбільш вивченим є, зазвичай, найпростіший тип течії -- рух твердої одиначної частинки сферичної форми зі сталою масою за відсутності теплообміну і хімічних реакцій. Несферичність форми враховується за допомогою емпіричних поправок у законі їх аеродинамічного опору потоку.

Збільшення концентрації частинок призводить до їхньої взаємодії і впливу на аеродинаміку потоку, що несе. За об'ємної концентрації  $c' \leq 2 \cdot 10^{-2}$  ефекти взаємодії дуже малі, і кожна частинка рухається у потоці без взаємодії із іншими.

Якщо розміри частинок є малі порівняно із найменшим масштабом турбулентності, частинки строго відслідковують потік, й їхня поведінка визначається, головним чином, турбулентною дифузією, а не відцентровими силами. Вплив турбулентності на крупні частинки виявляється у збільшенні опору частинок течії.

Математична модель, що описує рух одиначної частинки сферичної форми зі сталою масою у загальному випадку має вигляд

$$m \frac{dv}{dt} = \sum_{i=1}^{12} F_i, \quad (1)$$

де  $m$  -- маса частинки;  $v$  -- швидкість руху частинки;  $F_i$  масові сили, що діють на частинку. Із урахуванням особливостей двофазних течій у циклонних пристроях із масових сил враховують тільки сили аеродинамічного опору і сили тяжіння. Система рівнянь руху одиначної частинки набуває вигляд

$$m \frac{dv}{dt} = m \frac{3}{4} \lambda_{r,\div} \frac{\rho}{\rho_{\div}} \frac{1}{d_{\div}} |u - v| (u - v) + mg.$$

у покомпонентному запису система рівнянь має вигляд

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} + u_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + u_{\varphi} \frac{\partial v_r}{\partial \varphi} + u_z \frac{\partial v_r}{\partial z} = E_1 (u_r - v_r) \sqrt{(u_r - v_r)^2 + (u_{\varphi} - v_{\varphi})^2 + (u_z - v_z)^2} + g; \quad (2)$$

$$\frac{\partial v_{\varphi}}{\partial t} + u_r \frac{\partial v_{\varphi}}{\partial r} + u_{\varphi} \frac{\partial v_{\varphi}}{\partial \varphi} + u_z \frac{\partial v_{\varphi}}{\partial z} = E_1 (u_{\varphi} - v_{\varphi}) \sqrt{(u_r - v_r)^2 + (u_{\varphi} - v_{\varphi})^2 + (u_z - v_z)^2} + g; \quad (3)$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} + u_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + u_{\varphi} \frac{\partial v_z}{\partial \varphi} + u_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = E_1 (u_z - v_z) \sqrt{(u_r - v_r)^2 + (u_{\varphi} - v_{\varphi})^2 + (u_z - v_z)^2} + g; \quad (4)$$

Ці рівняння доповнюються кінематичними співвідношеннями

$$\frac{dr}{dt} = v_r; \quad \frac{d\varphi}{dt} = v_\varphi; \quad \frac{dz}{dt} = v_z,$$

та рівняннями руху газового середовища

$$u_\varphi r^n = \text{const} = R_1^n; \quad u_r = 0; \quad u_z = F_1/F = \text{const}.$$

Опір частинки підпорядковується закону Стокса

$$\lambda_{\Gamma, \pm} = 24/\text{Re}.$$

У цьому разі аксіальний рух частинок не залежить від руху у площині обертання, тому нижче розглядається тільки тангенціальний і радіальний рух частинок.

Частинки підводяться у камеру тангенціально у межах ширини вхідного сопла. Межові умови мають вигляд

$$v_\varphi = u_1, \quad v_r = 0 \quad \text{çà} \quad r = R_1, \quad t_0 = 0, \quad \varphi = 0.$$

Частинки із  $d_\pm < 15$  мкм відслідковують потік, а крупні практично одразу "прострілюють" його. Вони мають малі відносні радіальні швидкості  $v_r - -u_r$ , які навіть за швидкості вводу  $u_1 = 30$  м/с не перевищують 5%. Для крупних частинок із  $d_\pm > 50$  мкм відносна величина  $v_r - -u_r$  складає до 45% від  $u_1$ .

Розглянемо математичну модель, що описує рух одиничної частинки сферичної форми зі сталою масою за відсутності хімічних реакцій.

Рівняння руху частинки у закрученому потоці враховує лише сили аеродинамічного опору і тяжіння [1]:

$$m \frac{dv}{dt} = mF_t(u - v) + mg. \quad (5)$$

$$F_t = \frac{3}{4} \lambda_{\Gamma, \pm} \frac{\rho}{\rho_\pm} \frac{1}{d_\pm} |u - v|. \quad (6)$$

Рівняння (5) із урахуванням сили опору (6) набуває вигляду

$$\frac{dv}{dt} = F_p(u - v)|u - v| + g, \quad F_p = \frac{3}{4} \lambda_{\Gamma, ch} \frac{\rho}{\rho_\pm} \frac{1}{d_\pm} \quad (7)$$

У рівнянні (7)  $dv_k/dt$  субстанціональні похідні:

$$\frac{dv_k}{dt} = \frac{\partial v_k}{\partial t} + (u \cdot \nabla)v_k = \frac{\partial v_k}{\partial t} + \sum_{j=1}^3 u_j \frac{\partial v_k}{\partial x_j}, \quad k = 1, 2, 3.$$

Отже, ці рівняння -- нелінійні рівняння у частинних похідних першого порядку. Позначимо  $w = u - v$ . Тоді рівняння (7) запишуться так:

$$\frac{\partial w_k}{\partial t} + \sum_{j=1}^3 u_j \frac{\partial w_k}{\partial x_j} = \frac{dw_k}{dt} + \sum_{j=1}^3 u_j \frac{\partial u_k}{\partial x_j} + F_p w_k |w| + g. \quad (8)$$

Для визначеності розглядається циліндрична система координат. Тоді система рівнянь (8) набуде вигляд

$$\frac{\partial w_r}{\partial t} + u_r \frac{\partial w_r}{\partial r} + \frac{u_\varphi}{r} \frac{\partial w_r}{\partial \varphi} + u_z \frac{\partial w_r}{\partial z} = \frac{dw_r}{dt} - \frac{w_\varphi^2}{r} + F_p w_r \sqrt{w_r^2 + w_\varphi^2 + w_z^2} = G_r(u, w, t); \quad (9)$$

$$\frac{\partial w_\varphi}{\partial t} + u_r \frac{\partial w_\varphi}{\partial r} + \frac{u_\varphi}{r} \frac{\partial w_\varphi}{\partial \varphi} + u_z \frac{\partial w_\varphi}{\partial z} = \frac{dw_\varphi}{dt} - \frac{w_r w_\varphi}{r} + F_p w_\varphi \sqrt{w_r^2 + w_\varphi^2 + w_z^2} = G_\varphi(u, w, t); \quad (10)$$

$$\frac{\partial w_z}{\partial t} + u_r \frac{\partial w_z}{\partial r} + \frac{u_\varphi}{r} \frac{\partial w_z}{\partial \varphi} + u_z \frac{\partial w_z}{\partial z} = \frac{dw_z}{dt} + F_p w_z \sqrt{w_r^2 + w_\varphi^2 + w_z^2} - g = G_z(u, w, t); \quad (11)$$

Це -- система нелінійних рівнянь переносу субстанції (твердих частинок у рухомому середовищі). За заданих початкових умов для розв'язання цієї системи рівнянь застосовують або числові методи, які призводять до необхідності розв'язання системи нелінійних алгебраїчних рівнянь (метод Н'ютона), що, як показує практика їх застосування до нелінійних рівнянь, потребує значних обчислювальних ресурсів за прагнення отримати задовільну точність [2] розв'язання, або метод характеристик стосовно нелінійних диференціальних рівнянь у частинних похідних [3] -- визначення інтегральних поверхонь.

Система рівнянь, яка описує розповсюдження швидкостей, температур і концентрацій у

закручених потоках, зручно подати у циліндричних координатах. За припущення про існування коефіцієнтів турбулентного обміну тривимірні рівняння мають вигляд [6]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r \left( \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{1}{r} u_r \right) + u_\varphi \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \varphi} + u_z \frac{\partial u_r}{\partial z} = \\ = \frac{\mu_{ef}}{\rho} \left[ \frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_r}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2} \right] + \frac{1}{\rho} S_{u_r}; \end{aligned} \quad (12)$$

$$S_{u_r} = \frac{\rho u_\varphi^2}{r} - \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \mu_{ef} \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \mu_{ef} \frac{r \partial (u_\varphi/r)}{\partial r} \right) - 2 \frac{\mu_{ef}}{r^2} \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu_{ef} \frac{\partial u_z}{\partial r} \right); \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_\varphi}{\partial t} + \frac{1}{r} \mu_{ef} \frac{\partial u_\varphi}{\partial r} + u_r \left( \frac{\partial u_\varphi}{\partial r} + \frac{1}{r} u_\varphi \right) + u_\varphi \frac{1}{r} \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} + u_z \frac{\partial u_\varphi}{\partial z} = \\ = \frac{\mu_{ef}}{\rho} \left[ \frac{\partial^2 u_\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\varphi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_\varphi}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 u_\varphi}{\partial z^2} \right] + \frac{1}{\rho} S_{u_\varphi}; \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} S_{u_\varphi} = \frac{\rho u_r u_\varphi}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \varphi} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \mu_{ef} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \varphi} - \frac{u_\varphi}{r} \right) \right] + \mu_{ef} \left[ \frac{\partial (u_\varphi/r)}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial u_r}{\partial \varphi} \right] + \\ + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left[ \mu_{ef} \left( \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} + 2u_r \right) \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu_{ef} \frac{\partial u_z}{\partial \varphi} \right); \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_z}{\partial t} + u_r \left( \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{1}{r} u_z \right) + u_\varphi \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \varphi} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} = \\ = \frac{\mu_{ef}}{\rho} \left[ \frac{\partial^2 u_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_z}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right] + \frac{1}{\rho} S_{u_z}; \end{aligned} \quad (16)$$

$$S_{u_z} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \mu_{ef} \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \mu_{ef} \frac{\partial u_\varphi}{\partial z} \right); \quad (17)$$

$$S_k = G_k - \rho c^*; \quad S_{c^*} = (C_1 c^* G_k - C_2 \rho c^{*2})/k; \quad S_h = 0;$$

$$\begin{aligned} G_k = \mu_t \left[ 2 \left( \frac{\partial u_r}{\partial r} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial u_\varphi}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{r \partial \varphi} \right)^2 + \right. \\ \left. + \left( \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial u_\varphi}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{r \partial \varphi} \right)^2 + \left( \frac{\partial u_r}{r \partial \varphi} + \frac{\partial u_\varphi}{\partial r} + \frac{u_\varphi}{r} \right)^2 \right]. \end{aligned}$$

$$\mu_{ef} = \mu_t + \mu; \quad \mu_t = \rho C_\mu K^2 / c^*.$$

$$C_1 = 1.44; \quad C_2 = 1.92; \quad \sigma_K = 1.0; \quad \sigma_c = 1.3; \quad C_\mu = 0.09; \quad \mu_g = 22 \cdot 10^{-6}.$$

$$\rho_z = 1930 \text{ Æ } / \text{m}^3; \quad \rho_g = 0,9 \text{ Æ } / \text{m}^3; \quad d_L = 3,5,7 \text{ mkm}; \quad T = 120^\circ.$$

$$\Gamma_\Phi = [\mu_{ef}, \mu_{ef}, \mu_{ef}, \mu_{ef}/\sigma_k, \mu_{ef}/\sigma_c, \mu_{ef}/\sigma_h],$$

Початкові умови визначаються початковою швидкістю потоку суміші. За тангенціального підводу суміші у циклонну камеру  $v_r^0 = v_z^0 = 0$ ,  $v_\varphi^0 = v_{\varphi 0}$ .  $T(0) = T_0 = 120^\circ$ ;  $c^*(0) = c_0$ .

Межові умови. Радіальна складова швидкості на стінках камери має дорівнювати нулю (умова "прилипання"):  $v_r(t, r, \varphi, z)|_{r=R \cos \alpha} = 0$ .

$$\cos \alpha = \begin{cases} 0 & z < h_c \\ (D_k - d_{\text{æö}})/h_c & z > h_c \end{cases}$$

Тангенціальна складова швидкості має задовольняти умові періодичності обертання  $v_\varphi(t, r, \varphi, z) = v_\varphi(t, r, \varphi + 2\pi, z)$ .

Межові умови для осьової складової швидкості визначаються згідно геометрії циклонної камери на двох ділянках: циліндричної на верхній частині камери та конічної на нижній частині.

Наявність верхнього отвору у циклонній камері діаметром  $d_{\text{æö}} < D_k$  призводить до межової

умови за  $z = L_k$  вигляду

$$\left[ \alpha \frac{\partial v_z}{\partial z} + \beta v_z(t, r, \varphi, z) \right] \Big|_{t, z=L_k, r < d_{\text{æð}}, \varphi} = 0.$$

$$v_z(t, r, \varphi, z) \Big|_{t, z=L_k, r > d_{\text{æð}}, \varphi} = 0$$

-- умова "прилипання" на кільці  $d_{\text{æð}} < r \leq R_k$ .

Деякі атмосферні течії пов'язані із масами повітря, що обертаються, або у великих масштабах (циклони, урагани), або у малих (вогнєві вихори, пилові бурі, торнадо, водяні смерчі тощо).

Моделювання закручених потоків будемо виконувати за ітераційною схемою [4]. Для цього подамо рівняння компонент швидкості руху субстанції у вигляді

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + u_r \left( \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1}{r} \Phi \right) + u_\varphi \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} + u_z \frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{\Gamma_\Phi}{\rho} \left[ \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \right] + S_\Phi. \quad (18)$$

$$\Phi = [u_r, u_\varphi, u_z, K, C, H]; \quad \Gamma_\Phi = [\mu_{\text{ef}}, \mu_{\text{ef}}, \mu_{\text{ef}}, \mu_{\text{ef}}/\sigma_k, \mu_{\text{ef}}/\sigma_c, \mu_{\text{ef}}/\sigma_h].$$

Закручений потік утворюється у циліндричному пристрої (рис. 1) із тангенціальним підводом вхідного потоку субстанції через сопло із початковою швидкістю  $u_\varphi = u_\varphi^0$ ,  $u_r^0 = u_z^0 = 0$ .

Розв'язання крайової задачі, наведеної вище, отримано у вигляді:

$$u_r^{(n)} = \sum_{m,l,k}^M B_{m,l,k}(\beta_{m,l,k} r) [c_{2m,l,k}^r \cos m\varphi + c_{2m+1,l,k}^r \sin m\varphi] Z_k(\lambda_k z) T1^r(t). \quad (19)$$

$$u_\varphi^{(n)} = \sum_{m,l,k}^M B_{m,l,k}(\beta_{m,l,k} r) [c_{2m,l,k}^\varphi \cos m\varphi + c_{2m+1,l,k}^\varphi \sin m\varphi] Z_k(\lambda_k z). \quad (20)$$

$$u_z^{(n)} = \sum_{m,l,k}^M B_{m,l,k}(\beta_{m,l,k} r) [c_{2m,l,k}^z \cos m\varphi + c_{2m+1,l,k}^z \sin m\varphi] Z_k(\lambda_k z). \quad (21)$$

$$T1^r(t) = [t1_{m,l,k}^r \cos d_{m,l,k}^r t + t2_{m,l,k}^r \sin d_{m,l,k}^r t]; \quad (22)$$

$$T1^\varphi(t) = [t1_{m,l,k}^\varphi \cos d_{m,l,k}^\varphi t + t2_{m,l,k}^\varphi \sin d_{m,l,k}^\varphi t]; \quad (23)$$

$$T1^z(t) = [t1_{m,l,k}^z \cos d_{m,l,k}^z t + t2_{m,l,k}^z \sin d_{m,l,k}^z t]. \quad (24)$$

Вплив турбулентності на процес змішування розглянемо на прикладі обертальної швидкості потоку. Змінювання турбулентного переносу енергії у закручених потоках підпорядковується рівнянню

$$\frac{\partial \rho K}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho u_r K)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho u_\varphi K)}{\partial \varphi} + \frac{\partial(\rho u_z K)}{\partial z} =$$

$$= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \Gamma_K \frac{\partial K}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \frac{\Gamma_K}{r} \frac{\partial K}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \Gamma_K \frac{\partial K}{\partial z} \right) + G_K. \quad (25)$$

$$G_K = \mu_t \left[ 2 \left( \frac{\partial u_r}{\partial r} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial u_\varphi}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{r \partial \varphi} \right)^2 + \right.$$

$$\left. + \left( \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial u_\varphi}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{r \partial \varphi} \right)^2 + \left( \frac{\partial u_r}{r \partial \varphi} + \frac{\partial u_\varphi}{\partial r} + \frac{u_\varphi}{r} \right)^2 \right]. \quad (26)$$

В результаті розв'язання задачі (25) із урахуванням початкових умов та (26) можна записати як

$$K^{(n)}(r, \varphi, z, t) = \sum_{m,l,k=1}^M B_{m,l,k}(\beta_{m,l,k} r) [C1_{m,l,k}^K \cos m\varphi + C2_{m,l,k}^K \sin m\varphi] Z_k(\lambda_k z) T1_{m,l,k}^K(t). \quad (27)$$

$$u_r^{(n)}(r, \zeta, t) = \sum_{m_u, l_u} Z_u(\alpha_{m_u}^u, \zeta) X_T(\beta_{l_u}, r) \times$$

$$\times \left[ U1_{m_u, l_u}^0 + e^{\sigma_{m_u, l_u}^u t} [U1_{m_u, l_u}^1 \varphi_{m_u, l_u}^1(t) + U2_{m_u, l_u}^2 \varphi_{m_u, l_u}^2(t)] \right]. \quad (28)$$

$$u_z^{(n)}(r, \zeta, t) = \sum_{m_w, l_w} Z_w(\alpha_{m_w}^w, \zeta) X_T(\beta_{l_w}, r) \times \\ \times \left[ W1_{m_w, l_w}^0 + e^{\sigma_{m_w, l_w}^w t} [W1_{m_w, l_w}^1 \varphi_{m_w, l_w}^1(t) + W2_{m_w, l_w}^2 \varphi_{m_w, l_w}^2(t)] \right]. \quad (29)$$

Там же наведені алгоритми визначення коефіцієнтів у цих виразах.

Згідно із відомою схемою розщеплення на елементарні оператори [] оператор  $A\varphi = u\partial\varphi/\partial x + w\partial\varphi/\partial z$  можна подати у такому вигляді:

$$A\varphi = u \frac{\partial\varphi}{\partial x} + w \frac{\partial\varphi}{\partial z} + \frac{\varphi}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \right).$$

Тож рівняння (9)--(11) апроксимують такими різницевиими рівняннями: відносно  $w_x$ :

$$(w_x)_k^{j-1/2} - (w_x)_k^{j-1} + \frac{\tau}{2h_x} \{ (u_x)_k^j [(w_x)_{k+1}^{j-1/2} - (w_x)_k^{j-1/2} + (w_x)_{k+1}^{j-1} - (w_x)_k^{j-1}] + \\ + \frac{1}{2} [(u_x)_{k+1}^j - (u_x)_k^j] [(w_x)_k^{j-1/2} + (w_x)_k^{j-1}] + F_p (w_x)_k^{j-1} \sqrt{(w_x)_k^{j-1} + (w_z)_k^{j-1}} \} = \\ = [(u_x)_k^j - (u_x)_k^{j-1}]; \\ (w_x)_k^j - (w_x)_k^{j-1/2} + \frac{\tau}{2h_z} \{ (u_z)_k^j [(w_x)_{k+1}^j - (w_x)_k^j + (w_x)_{k+1}^{j-1/2} - (w_x)_k^{j-1/2}] + \\ + \frac{1}{2} [(u_z)_{k+1}^j - (u_z)_k^j] [(w_x)_k^j + (w_x)_k^{j-1/2}] + F_p (w_x)_k^{j-1/2} \sqrt{(w_x)_k^{j-1/2} + (w_z)_k^{j-1/2}} \} = \\ = [(u_x)_k^j - (u_x)_k^{j-1}]; \\ (w_x)_k^{j+1/2} - (w_x)_k^j + \frac{\tau}{2h_z} \{ (u_z)_k^j [(w_x)_{k+1}^{j+1/2} - (w_x)_k^{j+1/2} + (w_x)_{k+1}^j - (w_x)_k^j] + \\ + \frac{1}{2} [(u_z)_{k+1}^j - (u_z)_k^j] [(w_x)_k^{j+1/2} + (w_x)_k^j] + F_p (w_x)_k^j \sqrt{(w_x)_k^j + (w_z)_k^j} \} = \\ = [(u_x)_k^j - (u_x)_k^{j-1}]; \\ (w_x)_k^{j+1} - (w_x)_k^{j+1/2} + \frac{\tau}{2h_x} \{ (u_x)_k^j [(w_x)_{k+1}^{j+1} - (w_x)_k^{j+1/2} + (w_x)_{k+1}^{j+1/2} - (w_x)_k^{j+1/2}] + \\ + \frac{1}{2} [(u_x)_{k+1}^j - (u_x)_k^j] [(w_x)_k^{j+1} + (w_x)_k^{j+1/2}] + F_p (w_x)_k^{j+1/2} \sqrt{((w_x)_k^{j+1/2} + ((w_z)_k^{j+1/2})} \} = \\ = ((u_x)_k^j - (u_x)_k^{j-1});$$

відносно  $w_z$ :

$$(w_z)_k^{j-1/2} - (w_z)_k^{j-1} + \frac{\tau}{2h_x} \{ (u_x)_k^j [(w_z)_{k+1}^{j-1/2} - (w_z)_k^{j-1/2} + (w_z)_{k+1}^{j-1} - (w_z)_k^{j-1}] + \\ + \frac{1}{2} [(u_x)_{k+1}^j - (u_x)_k^j] [(w_z)_k^{j-1/2} + (w_z)_k^{j-1}] + F_p (w_z)_k^{j-1} \sqrt{(w_x)_k^{j-1} + (w_z)_k^{j-1}} \} = \\ = [(u_z)_k^j - (u_z)_k^{j-1}] - g; \\ (w_z)_k^j - (w_z)_k^{j-1/2} + \frac{\tau}{2h_z} \{ (u_z)_k^j [(w_z)_{k+1}^j - (w_z)_k^j + (w_z)_{k+1}^{j-1/2} - (w_z)_k^{j-1/2}] + \\ + \frac{1}{2} [(u_z)_{k+1}^j - (u_z)_k^j] [(w_z)_k^j + (w_z)_k^{j-1/2}] + F_p (w_z)_k^{j-1/2} \sqrt{(w_x)_k^{j-1/2} + (w_z)_k^{j-1/2}} \} = \\ = [(u_z)_k^j - (u_z)_k^{j-1}] - g;$$

$$\begin{aligned}
& (w_z)_k^{j+1/2} - (w_z)_k^j + \frac{\tau}{2h_z} \{ (u_z)_k^j [(w_z)_{k+1}^{j+1/2} - (w_z)_k^{j+1/2} + (w_z)_{k+1}^j - (w_z)_k^j ] + \\
& + \frac{1}{2} [(u_z)_{k+1}^j - (u_z)_k^j] [(w_z)_k^{j+1/2} + (w_z)_k^j] + F_p (w_z)_k^j \sqrt{(w_x^2)_k^j + (w_z^2)_k^j} \} = \\
& = [(u_z)_k^j - (u_z)_k^{j-1}] - g; \\
& (w_z)_k^{j+1} - (w_z)_k^{j+1/2} + \frac{\tau}{2h_x} \{ (u_x)_k^j [(w_z)_{k+1}^{j+1} - (w_z)_k^{j+1/2} + (w_z)_{k+1}^{j+1/2} - (w_z)_k^{j+1/2} ] + \\
& + \frac{1}{2} [(u_x)_{k+1}^j - (u_x)_k^j] [(w_z)_k^{j+1} + (w_z)_k^{j+1/2}] + F_p (w_z)_k^{j+1/2} \sqrt{((w_x^2)_k^{j+1/2} + ((w_z^2)_k^{j+1/2})} \} = \\
& = ((u_z)_k^j - (u_z)_k^{j-1}) - g.
\end{aligned}$$

Ця система рівнянь є лінійна відносно шуканих функцій  $(w_x)_k^{j+1}$ ,  $(w_z)_k^{j+1}$ . На кожному шарі  $j$  розв'язуються 4 системи різницьових рівнянь для всіх  $k = 0, N-1$  відносно  $(w_x)^{j-1/2}$ ,  $(w_x)^j$ ,  $(w_x)^{j+1/2}$ ,  $(w_x)^{j+1}$  та  $(w_z)^{j-1/2}$ ,  $(w_z)^j$ ,  $(w_z)^{j+1/2}$ ,  $(w_z)^{j+1}$  відповідно. При цьому розв'язання першого рівняння враховуються під час розв'язання наступного рівняння (маються на увазі нелінійні складові -- вираз  $u | u - v = w |$ ).

Осаджування частинок аерозолі в циклоні здійснювалось під впливом відцентрового ефекту для розмірів частинок  $>10$  мкм та конвективно-дифузійного механізму для частинок розміром 1-10 мкм. При входженні через тангенціальний патрубок в верхній частині циклону газовий потік набував обертального руху та починав «опускатися» гвинтоподібно вздовж внутрішніх циліндричних та конічних стінок корпусу циклону. Невелика частина цього потоку (з основною масою вловленого пилу) надходила в бункер циклону. При гвинтоподібному обертанні газового потоку вздовж внутрішніх циліндричних та конічних стінок корпусу циклону частинки відтискувались до внутрішніх стінок корпусу і, внаслідок втрати швидкості, «падали» в бункер-накопичувач. В центральній зоні очищений від пилу газовий потік рухався в протилежному напрямку до коаксально розташованого (в верхній частині циклону) вихлопного патрубка та виводився назовні.

На рис. 1 наведено схематичний вигляд типової циклонної камери із тангенціальним підводом суміші. На рис. 2 наведено результати моделювання руху твердих частинок у конічній частині циклонної камери.

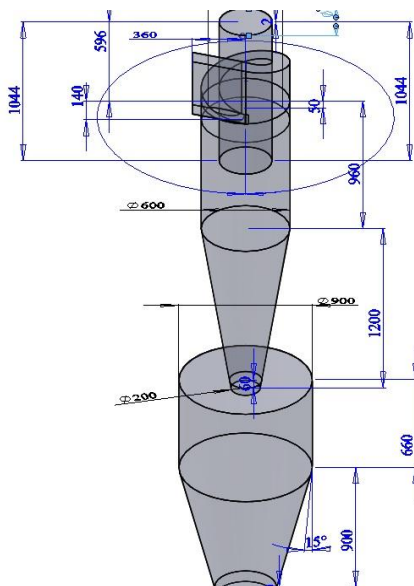


Рис. 1 Схематичний вигляд циклонної камери

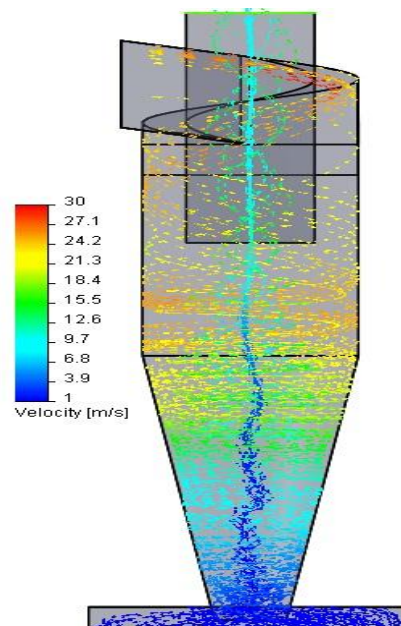


Рис. 2. Результати моделювання руху твердих частинок

### Висновки

Моделювання руху твердих частинок у повітряній суміші у конічній частині циклонної камери із урахуванням динаміки повітряного потоку у верхній частині циклонної камери

засвідчило, що такий підхід дозволяє отримати достовірніші результати порівняно із традиційними, за яких швидкість повітряної суміші розглядалася як усереднена за просторовими змінними.

Виконане математичне моделювання руху твердих домішків у циклонних камерах надає можливість побудувати систему управління швидкістю вхідних потоків повітряної суміші з метою забезпечення якіснішої очистки цієї суміші від твердих домішків.

#### **Література**

1. Particle separation by Linoya's type gas cyclone /Hideto Yoshirda, Kunihiro Fukji, Ktnji Yoshida, Eiji Shinoda //Powder Technology. – 118. – 2001. – p.16–32.

2. Development of gas – solid direct contact heat exchanger by use of axial flow cyclone A/Shimizu, T.Yokomine, T.Nagafuchi// Heat and Mass Transfer. 47. –2004.–p. 4601–4616.

3. CFD–DEM modeling of multiphase flow in dense medium cyclones K.W/Chu,B Wang,A.B.Yu. A.Vince// Powder Technology. – 193. – 2009. – p.235–247.

4. Комп'ютерне моделювання динаміки повітряних потоків у циклонних камерах/Зеленський К.Х., Ігнатенко В.М., Бовсуновська К.С.//Адаптивні системи автоматичного управління. Міжвідомчий науково-технічний збірник.—Київ: Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут».—2012.—Вип. 21(41). С.132—145.