

УДК550.831  
 П.А. Миненко  
 Криворожский национальный университет

## ОДНОКРИТЕРИАЛЬНАЯ УСЛОВНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ В ОБРАТНЫХ ЗАДАЧАХ ГРАВИМЕТРИИ С НЕСКОЛЬКИМИ МОДЕЛЯМИ

Разработан итерационный метод решения нелинейной обратной задачи гравиметрии на основе совместного применения в одной итерации нескольких карт измеренного поля при нескольких интерпретационных моделях и нескольких векторах начальных условий для глубин до блоков горных пород и их плотности.

**Ключевые слова:** гравиметрия, обратная задача, устойчивое решение, несколько моделей.

Известны устойчивые итерационные методы (ИТМ) решения обратной задачи гравиметрии (ОЗГ) для одной интерпретационной модели (ИНМ) [1,2].

Известны также устойчивые ИТМ решения обратной задачи (ОЗ) геофизики для одной сеточной геологической модели с применением нескольких геофизических методов [3] или нескольких карт гравитационного поля (КГП) [4]. Основным недостатком известных методов заключается в том, что решение ОЗГ не является единственным. Например, для различных КГП в редукции Буге при разной плотности промежуточного слоя или при различном наборе погрешностей измеренного поля получают неодинаковые решения ОЗГ.

Цель настоящего сообщения - получение нескольких решений ОЗГ, которые после каждой итерации все больше сближаются между собой и стремятся к геологически содержательному решению (ГСР), восстанавливающему измеренное гравитационное поле (ГП).

Поставленная цель достигается тем, что одним оптимизирующим критерием объединяют несколько ( $m = 1, m_1$ ) сеточных ИНМ, состоящих из геологических блоков с различными параметрами сетки, например, аномальной плотностью (АНП)  $\sigma_{i,m,t}$  и глубиной до них

$h_{i,m,t}$ , но заполняющих одно и тоже исследуемое геологическое пространство. Карт поля  $g_{j,t}$  может быть одна ( $g_j$ ) или несколько ( $t = 1, t_1$ ).

Оптимизирующий критерий имеет вид:

$$F = \left( \sum_{(m,t,j)} (r_{j,m,t,n+1}^2) \right) + \sum_{(m \neq k, t \neq l)} \left( \lambda_{1,m,t,n+1} \left( \sum_{(i=1,M)} (\sigma_{i,m,t,n+1} - \sigma_{i,k,l,n+1})^2 \right) \right) + \lambda_{2,m,t,n+1} \left( \sum_{(i=1,M)} (h_{i,m,t,n+1} - h_{i,k,l,n+1})^2 \right) = \min(\tau_{m,t,n+1}, \mu_{m,t,n+1}); (n = 0, 1, 2, \dots), \quad (1)$$

где  $r_{j,m,t,n+1}$  - невязка гравитационного поля (НГП) на  $n$ -ой итерации для  $m$ -ой ИНМ и  $t$ -ой КГП;  $\tau_{m,t,n+1}, \mu_{m,t,n+1}$  - итерационные коэффициенты (ИТК) для ИТМ;  $\lambda_{1,m,t,n+1}, \lambda_{2,m,t,n+1}$  - коэффициенты Лагранжа (КЛ) условной оптимизации [5].

Возьмем структурную ОЗГ для одной КГП ( $t_1 = 1$ ) и трех ИНМ ( $m_1 = 3$ ). Полубесконечные блоки геологической модели расположены в нескольких слоях. Глубины до верхней грани блоков равны  $h_{i,m,t}$ , а скачки АНП на них -  $\sigma_{i,m,t}$ . Решение прямых задач гравиметрии описывается матричными коэффициентами при АНП:  $a_{ij,m,t}; b_{ij,m,n} = (a_{ij,m,t})'_z; c_{ij,m,n} = (b_{ij,m,n})'_z$ ; Критерий  $F$  содержит ИТК, используемые для вычисления АНП и глубин до блоков в следующих итерационных формулах (ИТФ):

$$\begin{aligned}\sigma_{i,m,t,n+1} &= \sigma_{i,m,t,n} - \tau_{m,t,n+1} B_{i,m,t,n}; \\ h_{i,m,t,n+1} &= h_{i,m,t,n} - \mu_{m,t,n+1} C_{i,m,t,n};\end{aligned}\quad (2)$$

где  $(\sigma_{i,m,t,0}, h_{i,m,t,0})$  - векторы начальных условий для итерационного процесса (ИТП);

$B_{i,m,t,n}$  - поправка для АНП на  $n$ -ой итерации;  $C_{i,m,t,n}$  - поправка для глубины до блоков:

$$B_{i,m,t,n} = (a_{i,j,m,t,n} / \lambda_{i,m,t,n}^\alpha, r_{j,m,t,n} / \lambda_{j,m,t,n}^\beta); \quad (3)$$

$$C_{i,m,t,n} = (b_{i,j,m,t,n}, r_{j,m,t,n} / \lambda_{i,m,t,n}^{\alpha_1} \lambda_{j,m,t,n}^{\beta_1}); \quad \lambda_{i,m,t,n} = (a_{ij,m,t,n}, 1)_j; \quad \lambda_{j,m,t,n} = (a_{ij,m,t,n}, 1)_i;$$

$$\lambda_{i,m,t,n} = (b_{ij,m,t,n}, 1)_j; \quad \lambda_{j,m,t,n} = (b_{ij,m,t,n}, 1)_i; \quad r_{j,m,t,n} = (a_{i,j,m,t,n}, \sigma_{i,m,t,n}) - g_j;$$

$$\beta_{j,m,t,n} = (b_{i,j,m,t,n} C_{i,m,t,n}, \sigma_{i,m,t,n}); \quad \beta_{1,j,m,t,n} = (b_{i,j,m,t,n} C_{i,m,t,n}, B_{i,m,t,n});$$

$$\gamma_{j,m,t,n} = (a_{i,j,m,t,n}, B_{i,m,t,n});$$

$$\begin{aligned}r_{j,m,t,n+1} &= r_{j,m,t,n} + \mu_{m,t,n+1} \beta_{j,m,t,n} - \tau_{m,t,n+1} \\ &\times \gamma_{j,m,t,n} - \mu_{m,t,n+1} \tau_{m,t,n+1} \beta_{1j,m,t,n};\end{aligned}$$

$\alpha, \beta, \alpha_1, \beta_1$  - постоянные величины, которые получают из условия приближения решения ОЗГ к глобальному минимуму критерия на начальной стадии ИТП и условия удержания решения в ближайшей окрестности глобального минимума на заключительной стадии ИТП. Эти параметры равны:  $\alpha = 0, \beta \geq 2, \alpha_1 = 0, \beta_1 \geq 2$  в методе простой итерации для невязок поля на начальной стадии ИТП и в том же методе для поправок к плотности на его заключительной части;  $\alpha \geq 2, \beta = 0, \alpha_1 \geq 2, \beta_1 = 0$  на заключительной части ИТП в методе для невязок поля и на начальной стадии ИТП в методе для поправок к плотности. Такое же распределение параметров  $\alpha, \beta, \alpha_1, \beta_1$  по принципу «в методе для невязок поля» и «в методе для поправок к плотности» соблюдается и во всех других методах.

Далее выполним дифференцирование (1) по всем  $\tau_{m,t,n+1}$  и  $\mu_{m,t,n+1}$ , и приравняем производные нулю, после чего получим систему уравнений для вычисления всех ИтК, а затем по формулам (2) вычислим значения  $\sigma_{i,m,t,n+1}$  и  $h_{i,m,t,n+1}$  на следующей  $n+1$ -ой итерации. Система уравнений для одной КПП ( $t_1 = 1$ ) и трех ИнМ ( $m_1 = 3$ ) содержит 6 уравнений. Если неизвестные представить в виде вектора  $S = S(\tau_1, -\mu_1, \tau_2, -\mu_2, \tau_3, -\mu_3) = S(s_i)$ , то система уравнений для вычисления его компонент ( $S_1 = \tau_1, S_2 = -\mu_2$  и т.д.) имеет симметрическую матрицу  $d_{ij}$  (где  $i = 1, 6$  - номер строки;  $j = 1, 6$  - номер столбца), а наборы АНП  $(\sigma_{i,1,n+1}, \sigma_{i,2,n+1}, \sigma_{i,3,n+1})$  и глубин  $(h_{i,1,n+1}, h_{i,2,n+1}, h_{i,3,n+1})$  вычисляются по формулам (2) в следующем виде:

$$\sigma_{i,m,1,n+1} = \sigma_{i,m,1,n} - \tau_{m,1,n+1} B_{i,m,1,n}; \quad h_{i,m,1,n+1} = h_{i,m,1,n} + \mu_{m,1,n+1} C_{i,m,1,n}; \quad (4)$$

Запишем систему уравнений в матричном виде:

$$d_{ij} s_i = v_j; \quad (5)$$

Тогда для (5) ненулевые элементы  $d_{ij}$  верхней треугольной матрицы и столбца  $v_j$  имеют вид (для упрощения записи индексы  $t = 1$  и  $n$  опустим):

$$\begin{aligned} d_{11} &= (\gamma_{j1}, \gamma_{j1}) + \lambda_3(B_{i,1}, B_{i,1}); \\ d_{12} &= (r_{j1}, \beta_{1,j1}) + (\beta_{j1}, \gamma_{j1}); \quad d_{13} = -\lambda_3(B_{i,1}, B_{i,2}); \\ d_{22} &= (\beta_{j1}, \beta_{j1}) + \lambda_1(C_{i,1}, C_{i,1}); \quad d_{24} = -\lambda_1(C_{i,1}, C_{i,2}); \\ d_{33} &= (\gamma_{j2}, \gamma_{j2}) + (\lambda_3 + \lambda_4)(B_{i,2}, B_{i,2}); \\ d_{34} &= (r_{j2}, \beta_{1,j2}) + (\beta_{j2}, \gamma_{j2}); \quad d_{35} = -\lambda_4(B_{i,2}, B_{i,3}); \\ d_{44} &= (\beta_{j2}, \beta_{j2}) + (\lambda_1 + \lambda_2)(C_{i,2}, C_{i,2}); \quad d_{46} = -\lambda_2(C_{i,2}, C_{i,3}); \\ d_{55} &= (\gamma_{j3}, \gamma_{j3}) + \lambda_4(B_{i,3}, B_{i,3}); \quad d_{56} = (r_{j3}, \beta_{1,j3}) + (\beta_{j3}, \gamma_{j3}); \\ d_{66} &= (\beta_{j3}, \beta_{j3}) + \lambda_2(C_{i,3}, C_{i,3}); \quad v_1 = (r_{j1}, \gamma_{j1}) + \lambda_3(\sigma_{i,1} - \sigma_{i,2}, B_{i,1}); \\ v_2 &= (r_{j1}, \beta_{j1}) - \lambda_1(h_{i,1} - h_{i,2}, C_{i,1}); \\ v_3 &= (r_{j2}, \gamma_{j2}) + \lambda_4(\sigma_{i,2} - \sigma_{i,3}, B_{i,2}) - \lambda_3(\sigma_{i,1} - \sigma_{i,2}, B_{i,2}); \\ v_4 &= (r_{j2}, \beta_{j2}) + \lambda_1(h_{i,1} - h_{i,2}, C_{i,2}) - \lambda_2(h_{i,2} - h_{i,3}, C_{i,2}); \\ v_5 &= (r_{j3}, \gamma_{j3}) - \lambda_4(\sigma_{i,2} - \sigma_{i,3}, B_{i,3}); \quad v_6 = (r_{j3}, \beta_{j3}) + \lambda_2(h_{i,2} - h_{i,3}, C_{i,3}); \end{aligned}$$

Система шести уравнений (5) решается на каждой итерации. На каждой итерации также вычисляются и КЛ. Для их определения следует взять шесть производных от критерия (1) по всем  $(\sigma_{i,1,n+1}, \sigma_{i,2,n+1}, \sigma_{i,3,n+1})$  и  $(h_{i,1,n+1}, h_{i,2,n+1}, h_{i,3,n+1})$ , просуммировать их по индексу  $i$  и каждую сумму приравнять нулю. Из полученной системы уравнений вычисляются все значения КЛ. Более надежным является способ согласования различных величин в критерии (1), обеспечивающий максимальные значения диагональных элементов матрицы  $d_{ij}$ . Для приведенного алгоритма получим КЛ в следующем виде:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= (\beta_{j1}, \beta_{j1}) / (C_{i,1}, C_{i,1}); \quad \lambda_2 = (\beta_{j3}, \beta_{j3}) / (C_{i,3}, C_{i,3}); \\ \lambda_3 &= (\gamma_{j1}, \gamma_{j1}) / (B_{i,1}, B_{i,1}); \quad \lambda_4 = (\gamma_{j3}, \gamma_{j3}) / (B_{i,3}, B_{i,3}); \end{aligned}$$

Как видим, с правильным поиском ИТК в методах условной оптимизации есть проблемы из-за неоднозначности выбора способа их получения. Вот поэтому и необходимо использовать различные системы поиска решения ОЗГ, использующие несколько интерпретационных моделей для того, чтобы снизить вероятность неопределенности в получаемом решении. Необходимо также иметь большое множество других методов, разработанных на иной фундаментальной основе, чтобы можно было контролировать решения обратных задач любым методом. Преимущество разработанного метода состоит в том, что в одном решении можно использовать в несколько раз больше блоков с неизвестными параметрами, чем это возможно в обратной задаче с одной моделью из-за ограниченного количества точек измеренного поля. Таким образом, использование предложенного метода позволило разработать более совершенную методику интерпретации КГП. Однако, желательно также, с целью контроля, увязать полученное решение с решениями по другим геофизическим методам. В настоящее время эта проблема усиленно разрабатывается [3]. Заслуживает внимания разработка фильтрационного метода на базе гибридных аналогов фильтров Винера-Калмана [6]. Соответствующие им итерационные формулы для плотности и интенсивности намагничивания имеют вид:

$$\sigma_{i,n+1} = W_{11}\sigma_{i,n} + W_{12}J_{z,i,n} + W_{13}, \quad (6)$$

$$J_{z,i,n+1} = W_{21}\sigma_{i,n} + W_{22}J_{z,i,n} + W_{23} \quad (7)$$

Умножим эти равенства, соответственно, на элементы матриц прямых задач гравиметрии и магнитометрии и вычтем из левой и правой части элементы соответствующего измеренного поля:

$$(a_{ij}, \sigma_{i,n+1}) - g_j = W_{11}(\sigma_{i,n}, a_{ij}) + W_{12}(J_{z,i,n}, a_{ij}) + W_{13}(a_{ij}, I) - g_j; \quad (8)$$

$$(b_{ij}, J_{z,i,n+1}) - Z_{a,j} = W_{21}(b_{ij}, \sigma_{i,n}) + W_{22}(b_{ij}, J_{z,i,n}) + W_{23}(b_{ij}, I) - Z_{a,j}; \quad (9)$$

Введем новые обозначения:

$$R_{11,j,n} = (\sigma_{i,n}, a_{ij}); \quad R_{21,j,n} = (\sigma_{i,n}, b_{ij}); \quad R_{13,j,n} = (a_{ij}, I); \\ R_{22,j,n} = (J_{z,i,n}, b_{ij}); \quad R_{12,j,n} = (J_{z,i,n}, a_{ij}); \quad R_{23,j,n} = (b_{ij}, I); \\ r_{j,n+1} = (a_{ij}, \sigma_{i,n+1}) - g_j; \quad r_{z,j,n+1} = (b_{ij}, J_{z,i,n+1}) - Z_{a,j};$$

Образует невязки каждого поля для следующей итерации:

$$r_{j,n+1} = W_{11}R_{11,j,n} + W_{12}R_{12,j,n} + W_{13}R_{13,j,n} - g_j; \quad (10)$$

$$r_{z,j,n+1} = W_{21}R_{21,j,n} + W_{22}R_{22,j,n} + W_{23}R_{23,j,n} - Z_{a,j}; \quad (11)$$

Затем построим критерии оптимизации для каждого поля:

$$F_g = (r_{j,n+1}, r_{j,n+1}) = \sum_j (W_{11}R_{11,j,n} + W_{12}R_{12,j,n} + W_{13}R_{13,j,n} - g_j)^2; \quad (12)$$

$$F_{Z_a} = (r_{z,j,n+1}, r_{z,j,n+1}) = \sum_j (W_{21}R_{21,j,n} + W_{22}R_{22,j,n} + W_{23}R_{23,j,n} - Z_{a,j})^2; \quad (13)$$

Возьмем производные по ИТК  $W_{kl}$  ( $k=1,2$ ;  $l=1,3$ ) от критериев для магнитного и гравитационного поля, приравняем каждую нулю и получим по каждому критерию систему из трех уравнений для вычисления ИТК. Подставляя ИТК в итерационные формулы (6)-(7), получим плотность и магнитные свойства для блоков ИНМ.

Теперь аналогичными приемами составим критерии для минимальных поправок к плотности.

Умножим первое из уравнений невязок (10) - (11) на оператор

$$D_i = \sum_j (a_{ij} / (\lambda_i^\alpha \lambda_j^\beta)),$$

а второе – умножим на оператор

$$Z_i = \sum_j (b_{ij} / (\lambda_{1,i}^\alpha \lambda_{1,j}^\beta)),$$

а затем, возводя в квадраты и суммируя их, получим критерии суммы квадратов поправок к плотности и интенсивности намагничивания блоков для тех же гибридных аналогов фильтров Винера-Калмана с теми же итерационными формулами для вычисления плотности (6) и интенсивности намагничивания (7) блоков горных пород:

$$F_{gg} = (B_{i,n+1}, B_{i,n+1}) = \sum_i \left( \sum_j (a_{ij} / (\lambda_i^\alpha \lambda_j^\beta)) (W_{11}R_{11,j,n} + W_{12}R_{12,j,n} + W_{13}R_{13,j,n} - g_j) \right)^2; \quad (14)$$

$$F_{ZZ} = \sum_i (Z_{i,n+1})^2 = \sum_i \left( \sum_j (b_{ij} / (\lambda_{1,i}^\alpha \lambda_{1,j}^\beta)) (W_{21}R_{21,j,n} + W_{22}R_{22,j,n} + W_{23}R_{23,j,n} - Z_{a,j}) \right)^2; \quad (15)$$

Введем обозначения:

$$D_{i,1l_1} = \sum_j (a_{ij} / (\lambda_i^\alpha \lambda_j^\beta)) R_{1l_1,j,n}; \quad D_{i,14} = \sum_j (a_{ij} / (\lambda_i^\alpha \lambda_j^\beta)) g_j; \quad l_1 = 1,3;$$

$$D_{i,2l_1} = \sum_j (b_{ij} / (\lambda_{1,i}^\alpha \lambda_{1,j}^\beta)) R_{2l_1,j,n}; \quad D_{i,24} = \sum_j (b_{ij} / (\lambda_{1,i}^\alpha \lambda_{1,j}^\beta)) R_{24,j,n};$$

Подставляя новые обозначения в формулы критериев (14)- (15), получим:

$$F_{gg} = \sum_i (W_{11}D_{i,11} + W_{12}D_{i,12} + W_{13}D_{i,13} - D_{i,14})^2; \quad (16)$$

$$F_{ZZ} = \sum_i (W_{21}D_{21,j,n} + W_{22}D_{22,j,n} + W_{23}D_{23,j,n} - D_{i,24})^2; \quad (17)$$

Возьмем производные по  $W_{kl}$  ( $k = 1,2; l_1 = 1,3$ ) от критериев (16)- (17) для магнитного и гравитационного поля, приравняем каждую к нулю и получим для каждого критерия систему из трех уравнений:

$$(F_{gg})'_{W_{1l_2}} = \sum_i (W_{11}D_{i,11} + W_{12}D_{i,12} + W_{13}D_{i,13} - D_{i,14}) D_{i,1l_2} = 0; \quad (18)$$

$$(F_{ZZ})'_{W_{2l_2}} = \sum_i (W_{21}D_{21,i} + W_{22}D_{22,i} + W_{23}D_{23,i} - D_{i,24}) D_{2l_2,i} = 0; \quad (19)$$

Введем обозначения:

$$B_{l_2l_1,g} = (D_{i,1l_1}, D_{i,1l_2}); \quad l_1 = 1,4; \quad l_2 = 1,3; \quad B_{l_2l_1,Zz} = (D_{i,2l_1}, D_{i,2l_2});$$

С их учетом составим систему трех уравнений для критерия по гравитационному полю:

$$B_{l_21,g} W_{11} + B_{l_22,g} W_{12} + B_{l_23,g} W_{13} = B_{l_24,g}; \quad (20)$$

Аналогично составим систему трех уравнений для критерия по магнитному полю:

$$B_{l_21,Zz} W_{21} + B_{l_22,Zz} W_{22} + B_{l_23,Zz} W_{23} = B_{l_24,Zz}; \quad (21)$$

Решая системы уравнений (20)-(21), получим ИТК для итерационных формул (6)-(7), по которым вычисляется плотность и интенсивность намагничивания блоков горных пород.

Теперь запишем итерационные формулы для глубин, определяемых по гравитационному и магнитному полю:

$$h_{i,g,n+1} = W_{11}h_{i,g,n} + W_{12}h_{i,m,n} + W_{13}, \quad (22)$$

$$h_{i,m,n+1} = W_{21}h_{i,g,n} + W_{22}h_{i,m,n} + W_{23}. \quad (23)$$

Умножим левую часть равенства (22) на величину

$$I = (\sigma_{i,n} / R_{ij,g,n+1}^3),$$

где  $R_{ij,g,n+1}^2 = S_j + h_{i,g,n+1}^2$ ;  $R_{ij,g,n}^2 = S_j + h_{i,g,n}^2$ ;  $S_j = (x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2$ ;

а правую часть - на ее разложение в ряд  $I \approx (\sigma_{i,n} / R_{ij,g,n}^3) \times (1 - 3\mu C_{i,n} h_{i,g,n} / R_{ij,g,n}^2)$ .

Затем проинтегрируем обе части равенства (22) по объему элемента сеточной модели (полубесконечной вертикальной прямоугольной призмы с горизонтальным сечением  $s_0$ ). Суммируя

по индексу  $i$  (от 1 до  $M$ ) и вычитая из полученных сумм элементы измеренного поля  $g_j$ , окончательно получим: в левой части - невязку поля, а в правой - сумму решений прямых задач для различных производных потенциала, умноженных на ИТК:

$$r_{j,g,n+1} = (W_{1k}, R_{1k,j,n}) - g_j, \quad (24)$$

где:  $R_{11,j,n} = (\sigma_{i,n}, a_{ij})$ ;  $R_{12,j,n} = (\sigma_{i,n} h_{i,m,n}, h_{i,g,n} f)$ ;

$$R_{13,j,n} = (\sigma_{i,n}, h_{i,g,n} f); \quad R_{14,j,n} = (\sigma_{i,n}, C_{i,n} (e - f));$$

$$R_{15,j,n} = (\sigma_{i,m,n} h_{i,m,n}, C_{i,n} e); \quad R_{16,j,n} = (\sigma_{i,n}, C_{i,n} e);$$

$$e = \int \mathfrak{R}_{ij,g,n}^3 dx_i dy_i; \quad f = \int \mathfrak{S}_j^l R_{ij,g,n}^{-1} dx_i dy_i;$$

$$W_{1k+3} = W_{1k} \mu; \quad k = 1, 3; \quad h_{i,g,n+1} = h_{i,g,n} - \mu_{n+1} C_{i,n};$$

Пользуясь уравнением (24), составим критерий по минимуму суммы квадратов невязок гравитационного поля:

$$F_{rhg} = (r_{j,g,n+1}, r_{j,g,n+1}) = ((W_{1k}, R_{1k,j,n}) - g_j, (W_{1k}, R_{1k,j,n}) - g_j); \quad (25)$$

Аналогично, умножим левую часть равенства (23) на величину

$$J = (J_{i,n} / R_{ij,m,n+1}^3),$$

$$\text{где } R_{ij,m,n+1}^2 = S_j + h_{i,m,n+1}^2; \quad R_{ij,m,n}^2 = S_j + h_{i,m,n}^2; \quad S_j = (x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2;$$

а правую часть - на ее разложение в ряд  $J \approx (J_{i,n} / R_{ij,m,n}^3) \times (1 - 3\mu C_{i,n} h_{i,m,n} / R_{ij,m,n}^2)$ .

Затем проинтегрируем обе части равенства (23) по площади элемента сеточной модели  $s_0$ . Смирив по индексу  $i$  (от 1 до  $M$ ) и вычитая из полученных сумм элементы соответствующего измеренного поля  $Z_{a,j}$ , окончательно получим: в левой части - невязку магнитного поля, а в правой - сумму формул, решающих прямые задачи потенциала для различных функций, умноженных на ИТК:

$$r_{j,m,n+1} = (W_{2k}, R_{2k,j,n}) - Z_{a,j}; \quad (26)$$

где:  $R_{21,j,n} = (J_{i,n} h_{i,g,n}, f_1)$ ;  $R_{22,j,n} = (J_{i,n}, b_{ij})$ ;

$$R_{23,j,n} = (J_{i,n}, f_1); \quad R_{24,j,n} = -(J_{i,m,n} h_{i,m,n}, h_{i,g,n} C_{i,n} e_1);$$

$$R_{25,j,n} = -(J_{i,n}, h_{i,m,n}^2 C_{i,n} e_1); \quad R_{26,j,n} = -(J_{i,n}, h_{i,m,n} C_{i,n} e_1);$$

$$e_1 = \int \mathfrak{R}_{ij,m,n}^5 dx_i dy_i; \quad f_1 = \int \mathfrak{R}_{ij,m,n}^3 dx_i dy_i;$$

$$W_{2(k+3)} = 3W_{2k} \mu; \quad k = 1, 3; \quad h_{i,m,n+1} = h_{i,m,n} - \mu_{n+1} C_{i,n};$$

Пользуясь уравнением (26), составим критерий по минимуму суммы квадратов невязок магнитного поля:

$$F_{rhm} = (r_{j,m,n+1}, r_{j,m,n+1}) = ((W_{2k}, R_{2k,j,n}) - Z_{a,j}, (W_{2k}, R_{2k,j,n}) - Z_{a,j}); \quad (25)$$

Дифференцируя критерии (25)-(26) по всем ИТК, приравнявая затем производные нулю и решая две системы уравнений, получим все ИТК, которые необходимы для вычисления глубин до блоков горных пород по формулам (22)-(23), используя совместно магнитное и гравитационное поле. В этом методе на каждой итерации в каждом критерии магнитное и гравитационное поле используется совместно.

Особенностью методов на основе гибридных аналогов фильтров Винера-Калмана является то, что их можно применять все вместе и вместе с другими методами [7,8] в одной итерации. Для этого

необходимо выбрать не меньше двух частей одного поля или двух разных полей с любыми заданными векторами начальных условий.

Применяемая схема интерпретации геофизических полей фактически более выгодно заменяет методы условной оптимизации, для которых нужны, скорее всего, удачно найденные методы вычисления коэффициентов Лагранжа. В приведенных здесь методах на основе гибридных аналогов фильтров Винера-Калмана эта операция отсутствует, поэтому с их помощью можно проверять правильность теоретических разработок в области создания других методов, а также поиска способов определения коэффициентов Лагранжа для условной оптимизации в обратных задачах геофизики.

**Выводы.** Приведенные методы устойчивого и однозначного решения обратных задач гравиметрии открывают новое направление в интерпретации потенциальных полей, основанное на использовании классов интерпретационных моделей.

**Перспективы дальнейших исследований.** Приведенные принципы разработки устойчивых и однозначных методов решения обратных задач гравиметрии могут позволить разработать аналогичные методы интерпретации в других отраслях геофизики и на их основе повысить эффективность геологоразведочных работ при поисках рудного сырья и углеводородов.

### Список литературы

1. *Е.Г. Булах, Ржаницын В.А., М.Н. Маркова.* Применение метода минимизации для решения задач структурной геологии по данным гравиразведки. Изд-во «Наукова думка», К., 1976, - 220с.
2. *Старостенко В.И.* Устойчивые численные методы в задачах гравиметрии. – К.: Наук. думка, 1978. – 227с.
3. *Петровский А.П.* Информационное обеспечение и модельные представления интегральной интерпретации геолого-геофизических данных при изучении нефтегазоносных структур// Геофизический журнал. -2004. - №3, Т. 26. – С. 77-86.
4. *Миненко П.А.* Методы и критерии оптимизации устойчивых решений обратной задачи глубинной морской гравиметрии// “Науковий вісник НГУ”. – 2007. - №11. - С. 83- 91.
5. *А.А. Самарский, А.В. Гулин.* Численные методы. – М.: «Наука» ГРФМЛ, 1989. – 432с.
6. *П.А. Миненко.* Обратная нелинейная задача гравиметрии на основе аналогов фильтров Винера-Калмана// Доп. НАН України. – 2008. - №7. – С. 118-123.
7. *Миненко П.А.* Проблемы и перспективы применения линейных методов интерпретации гравиметрических измерений в рудных районах//Сб. научн. тр./Всеукр. Асоц. Геоінформатики «Теоретичні та прикладні аспекти геоінформатики».- К., 2006. -С. 244-256.
8. *Миненко П.А.* Метод погружения аномальных масс в обратной линейно-нелинейной задаче гравиметрии и магнитометрии // “Науковий вісник НГУ”. – 2007. - №2. - С. 37- 42.