УДК550.831
П.А. Миненко
Криворожский национальный университет

ОДНОКРИТЕРИАЛЬНАЯ УСЛОВНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ В ОБРАТНЫХ ЗАДАЧАХ ГРАВИМЕТРИИ С НЕСКОЛЬКИМИ МОДЕЛЯМИ

Разработан итерационный метод решения нелинейной обратной задачи гравиметрии на основе совместного применения в одной итерации нескольких карт измеренного поля при нескольких интерпретационных моделях и нескольких векторах начальных условий для глубин до блоков горных пород и их плотности.

***Ключевые слова**: гравиметрия, обратная задача, устойчивое решение, несколько моделей.*

Известны устойчивые итерационные методы (ИТМ) решения обратной задачи гравиметрии (ОЗГ) для одной интерпретационной модели (ИНМ) [1,2].

Известны также устойчивые ИТМ решения обратной задачи (ОЗ) геофизики для одной сеточной геологической модели с применением нескольких геофизических методов [3] или нескольких карт гравитационного поля (КГП) [4]. Основной недостаток известных методов заключается в том, что решение ОЗГ не является единственным. Например, для различных КГП в редукции Буге при разной плотности промежуточного слоя или при различном наборе погрешностей измеренного поля получают неодинаковые решения ОЗГ.

Цель настоящего сообщения - получение нескольких решений ОЗГ, которые после каждой итерации все больше сближаются между собой и стремятся к геологически содержательному решению (ГСР), восстанавливающему измеренное гравитационное поле (ГП).

Поставленная цель достигается тем, что одним оптимизирующим критерием объединяют несколько $(m=1,m_1)$ сеточных ИНМ, состоящих из геологических блоков с различными параметрами сетки, например, аномальной плотностью (АНП) $\sigma_{i,m,t}$ и глубиной до них $h_{i,m,t}$, но заполняющих одно и тоже исследуемое геологическое пространство. Карт поля $g_{j,t}$ может быть одна (g_j) или несколько $(t=1,t_1)$.

Оптимизирующий критерий имеет вид:

$$F=(\underset{(m,t,j)}{sum}(r^2_{j,m,t,n+1}))+\underset{(m\neq k,t\neq l)}{sum}(\lambda_{1,m,t,n+1}(\underset{(i=1,M)}{sum}(\sigma_{i,m,t,n+1}-\sigma_{i,k,l,n+1})^2)+ \quad (1)$$

$$+\lambda_{2,m,t,n+1}(\underset{(i=1,M)}{sum}(h_{i,m,t,n+1}-h_{i,k,l,n+1})^2))=min(\tau_{m,t,n+1},\mu_{m,t,n+1});(n=0,1,2....),$$

где $r_{j,m,t,n+1}$ - невязка гравитационного поля (НГП) на n-ой итерации для m-ой ИНМ и t-ой КГП; $\tau_{m,t,n+1},\mu_{m,t,n+1}$ - итерационные коэффициенты (ИТК) для ИтМ; $\lambda_{1,m,t,n+1},\lambda_{2,m,t,n+1}$ - коэффициенты Лагранжа (КЛ) условной оптимизации [5].

Возьмем структурную ОЗГ для одной КГП ($t_1=1$) и трех ИНМ $(m_1=3)$. Полубесконечные блоки геологической модели расположены в нескольких слоях. Глубины до верхней грани блоков равны $h_{i,m,t}$, а скачки АнП на них - $\sigma_{i,m,t}$. Решение прямых задач гравиметрии описывается матричными коэффициентами при АНП: $a_{ij,m,t};b_{ij,m,n}=(a_{ij,m,t})'_z;\quad c_{ij,m,n}=(b_{ij,m,n})'_z;$ Критерий F содержит ИтК, используемые для вычисления АНП и глубин до блоков в следующих итерационных формулах (ИТФ):

$$\sigma_{i,m,t,n+1} = \sigma_{i,m,t,n} - \tau_{m,t,n+1} B_{i,m,t,n};$$
$$h_{i,m,t,n+1} = h_{i,m,t,n} - \mu_{m,t,n+1} C_{i,m,t,n}; \qquad (2)$$

где $(\sigma_{i,m,t,0}, h_{i,m,t,0})$ - векторы начальных условий для итерационного процесса (ИТП); $B_{i,m,t,n}$ - поправка для АНП на n-ой итерации; $C_{i,m,t,n}$ - поправка для глубины до блоков:

$$B_{i,m,t,n} = (a_{i,j,m,t,n} / \lambda^{\alpha}_{i,m,t,n}, r_{j,m,t,n} / \lambda^{\beta}_{j,m,t,n}); \qquad (3)$$

$C_{i,m,t,n} = (b_{i,j,m,t,n},\ r_{j,m,t,n} / \lambda^{\alpha_1}_{1i,m,t,n} \lambda^{\beta_1}_{1j,m,t,n});$. $\lambda_{i,m,t,n} = (a_{ij,m,t,n}, 1)_{\mathrm{j}};$ $\lambda_{j,m,t,n} = (a_{ij,m,t,n}, 1)_{\mathrm{i}};$

$\lambda_{i,m,t,n} = (b_{ij,m,t,n}, 1)_{\mathrm{j}};$ $\lambda_{j,m,t,n} = (b_{ij,m,t,n}, 1)_{\mathrm{i}};$ $r_{j,m,t,n} = (a_{i,j,m,t,n},\ \sigma_{i,m,t,n}) - g_j;$

$$\beta_{j,m,t,n} = (b_{i,j,m,t,n} C_{i,m,t,n}, \sigma_{i,m,t,n}); \ \beta_{1,j,m,t,n} = (b_{i,j,m,t,n} C_{i,m,t,n}, B_{i,m,t,n});$$
$$\gamma_{j,m,t,n} = (a_{i,j,m,t,n}, B_{i,m,t,n});$$
$$r_{j,m,t,n+1} = r_{j,m,t,n} + \mu_{m,t,n+1} \beta_{j,m,t,n} - \tau_{m,t,n+1}$$
$$\times \gamma_{j,m,t,n} - \mu_{m,t,n+1} \tau_{m,t,n+1} \beta_{1j,m,t,n};$$

$\alpha, \beta, \alpha_1, \beta_1$ - постоянные величины, которые получают из условия приближения решения ОЗГ к глобальному минимуму критерия на начальной стадии ИТП и условия удержания решения в ближайшей окрестности глобального минимума на заключительной стадии ИТП. Эти параметры равны: $\alpha = 0, \beta \geq 2, \alpha_1 = 0, \beta_1 \geq 2$ в методе простой итерации для невязок поля на начальной стадии ИТП и в том же методе для поправок к плотности на его заключительной части; $\alpha \geq 2, \beta = 0, \alpha_1 \geq 2, \beta_1 = 0$ на заключительной части ИТП в методе для невязок поля и на начальной стадии ИТП в методе для поправок к плотности. Такое же распределение параметров $\alpha, \beta, \alpha_1, \beta_1$ по принципу «в методе для невязок поля» и «в методе для поправок к плотности» соблюдается и во всех других методах.

Далее выполним дифференцирование (1) по всем $\tau_{m,t,n+1}$ и $\mu_{m,t,n+1}$, и приравняем производные нулю, после чего получим систему уравнений для вычисления всех ИтК, а затем по формулам (2) вычислим значения $\sigma_{i,m,t,n+1}$ и $h_{i,m,t,n+1}$ на следующей n+1-ой итерации. Система уравнений для одной КГП ($t_1 = 1$) и трех ИнМ $(m_1 = 3)$ содержит 6 уравнений. Если неизвестные представить в виде вектора $S = S(\tau_1, -\mu_1, \tau_2, -\mu_2, \tau_3, -\mu_3) = S(s_i)$, то система уравнений для вычисления его компонент ($s_1 = \tau_1, s_2 = -\mu_2$ и т.д.) имеет симметрическую матрицу d_{ij} (где $i = 1,6$ - номер строки; $j = 1,6$ - номер столбца), а наборы АНП $(\sigma_{i,1,n+1}, \sigma_{i,2,n+1}, \sigma_{i,3,n+1})$ и глубин $(h_{i,1,n+1}, h_{i,12,n+1}, h_{i,3,n+1})$ вычисляются по формулам (2) в следующем виде:

$$\sigma_{i,m,1,n+1} = \sigma_{i,m,1,n} - \tau_{m,,1n+1} B_{i,m,1,n}; \quad h_{i,m,1,n+1} = h_{i,m,1,n} + \mu_{m,1,n+1} C_{i,m,1,n}; \qquad (4)$$

Запишем систему уравнений в матричном виде:

$$d_{ij} s_i = \nu_j; \qquad (5)$$

Тогда для (5) ненулевые элементы d_{ij} верхней треугольной матрицы и столбца v_j имеют вид (для упрощения записи индексы $t = 1$ и n опустим):

$$d_{11} = (\gamma_{j1}, \gamma_{j1}) + \lambda_3 (B_{i,1}, B_{i,1});$$

$$d_{12} = (r_{j1}, \beta_{1,j1}) + (\beta_{j1}, \gamma_{j1}); \quad d_{13} = -\lambda_3 (B_{i,1}, B_{i,2});$$

$$d_{22} = (\beta_{j1}, \beta_{j1}) + \lambda_1 (C_{i,1}, C_{i,1}); \quad d_{24} = -\lambda_1 (C_{i,1}, C_{i,2});$$

$$d_{33} = (\gamma_{j2}, \gamma_{j2}) + (\lambda_3 + \lambda_4)(B_{i,2}, B_{i,2});$$

$$d_{34} = (r_{j2}, \beta_{1,j2}) + (\beta_{j2}, \gamma_{j2}); \; d_{35} = -\lambda_4 (B_{i,2}, B_{i,3});$$

$$d_{44} = (\beta_{j2}, \beta_{j2}) + (\lambda_1 + \lambda_2)(C_{i,2}, C_{i,2}); \quad d_{46} = -\lambda_2 (C_{i,2}, C_{i,3});$$

$$d_{55} = (\gamma_{j3}, \gamma_{j3}) + \lambda_4 (B_{i,3}, B_{i,3}); \, d_{56} = (r_{j3}, \beta_{1,j3}) + (\beta_{j3}, \gamma_{j3});$$

$$d_{66} = (\beta_{j3}, \beta_{j3}) + \lambda_2 (C_{i,3}, C_{i,3}); \, v_1 = (r_{j1}, \gamma_{j1}) + \lambda_3 (\sigma_{i,1} - \sigma_{i,2}, B_{i,1});$$

$$v_2 = (r_{j1}, \beta_{j1}) - \lambda_1 (h_{i,1} - h_{i,2}, C_{i,1});$$

$$v_3 = (r_{j2}, \gamma_{j2}) + \lambda_4 (\sigma_{i,2} - \sigma_{i,3}, B_{i,2}) - \lambda_3 (\sigma_{i,1} - \sigma_{i,2}, B_{i,2});$$

$$v_4 = (r_{j2}, \beta_{j2}) + \lambda_1 (h_{i,1} - h_{i,2}, C_{i,2}) - \lambda_2 (h_{i,2} - h_{i,3}, C_{i,2});$$

$$v_5 = (r_{j3}, \gamma_{j3}) - \lambda_4 (\sigma_{i,2} - \sigma_{i,3}, B_{i,3}); \, v_6 = (r_{j3}, \beta_{j3}) + \lambda_2 (h_{i,2} - h_{i,3}, C_{i,3});$$

Система шести уравнений (5) решается на каждой итерации. На каждой итерации также вычисляются и КЛ. Для их определения следует взять шесть производных от критерия (1) по всем $(\sigma_{i,1,n+1}, \sigma_{i,2,n+1}, \sigma_{i,3,n+1})$ и $(h_{i,1,n+1}, h_{i,2,n+1}, h_{i,3,n+1})$, просуммировать их по индексу i и каждую сумму приравнять нулю. Из полученной системы уравнений вычисляются все значения КЛ. Более надежным является способ согласования различных величин в критерии (1), обеспечивающий максимальные значения диагональных элементов матрицы d_{ij}. Для приведенного алгоритма получим КЛ в следующем виде:

$$\lambda_1 = (\beta_{j1}, \beta_{j1}) / (C_{i,1}, C_{i,1}); \; \lambda_2 = (\beta_{j3}, \beta_{j3}) / (C_{i,3}, C_{i,3});$$

$$\lambda_3 = (\gamma_{j1}, \gamma_{j1}) / (B_{i,1}, B_{i,1}); \; \lambda_4 = (\gamma_{j3}, \gamma_{j3}) / (B_{i,3}, B_{i,3});$$

Как видим, с правильным поиском ИТК в методах условной оптимизации есть проблемы из-за неоднозначности выбора способа их получения. Вот поэтому и необходимо использовать различные системы поиска решения ОЗГ, использующие несколько интерпретационных моделей для того, чтобы снизить вероятность неопределенности в получаемом решении. Необходимо также иметь большое множество других методов, разработанных на иной фундаментальной основе, чтобы можно было контролировать решения обратных задач любым методом. Преимущество разработанного метода состоит в том, что в одном решении можно использовать в несколько раз больше блоков с неизвестными параметрами, чем это возможно в обратной задаче с одной моделью из-за ограниченного количества точек измеренного поля. Таким образом, использование предложенного метода позволило разработать более совершенную методику интерпретации КГП. Однако, желательно также, с целью контроля, увязать полученное решение с решениями по другим геофизическим методам. В настоящее время эта проблема усиленно разрабатывается [3]. Заслуживает внимания разработка фильтрационного метода на базе гибридных аналогов фильтров Винера-Калмана [6]. Соответствующие им итерационные формулы для плотности и интенсивности намагничивания имеют вид:

$$\sigma_{i,n+1} = W_{11} \sigma_{i,n} + W_{12} J_{z,i,n} + W_{13}, \tag{6}$$

$$J_{z,i,n+1} = W_{21}\sigma_{i,n} + W_{22}J_{z,i,n} + W_{23}. \qquad (7)$$

Умножим эти равенства, соответственно, на элементы матриц прямых задач гравиметрии и магнитометрии и вычтем из левой и правой части элементы соответствующего измеренного поля:

$$(a_{ij},\sigma_{i,n+1}) - g_j = W_{11}(\sigma_{i,n},a_{ij}) + \qquad (8)$$

$$+W_{12}(J_{z,i,n},a_{ij}) + W_{13}(a_{ij},1) - g_j;$$

$$(b_{ij},J_{z,i,n+1}) - Z_{a,j} = W_{21}(b_{ij},\sigma_{i,n}) + \qquad (9)$$

$$+W_{22}(b_{ij},J_{z,i,n}) + W_{23}(b_{ij},1) - Z_{a,j};$$

Введем новые обозначения:

$$R_{11,j,n} = (\sigma_{i,n},a_{ij});\ R_{21,j,n} = (\sigma_{i,n},b_{ij});\ R_{13,j,n} = (a_{ij},1);$$

$$R_{22,j,n} = (J_{z,i,n},b_{ij});\ R_{12,j,n} = (J_{z,i,n},a_{ij});\ R_{23,j,n} = (b_{ij},1);$$

$$r_{j,n+1} = (a_{ij},\sigma_{i,n+1}) - g_j;\quad r_{z,j,n+1} = (b_{ij},J_{z,i,n+1}) - Z_{a,j};$$

Образуем невязки каждого поля для следующей итерации:

$$r_{j,n+1} = W_{11}R_{11,j,n} + W_{12}R_{12,j,n} + W_{13}R_{13,j,n} - g_j; \qquad (10)$$

$$r_{z,j,n+1} = W_{21}R_{21,j,n} + W_{22}R_{22,j,n} + W_{23}R_{23,j,n} - Z_{a,j}; \qquad (11)$$

Затем построим критерии оптимизации для каждого поля:

$$F_g = (r_{j,n+1},r_{j,n+1}) = \underset{j}{sum}(W_{11}R_{11,j,n} + W_{12}R_{12,j,n} + W_{13}R_{13,j,n} - g_j)^2; \qquad (12)$$

$$F_{Z_a} = (r_{z,j,n+1},r_{z,j,n+1}) = \underset{j}{sum}(W_{21}R_{21,j,n} + W_{22}R_{22,j,n} + W_{23}R_{23,j,n} - Z_{a,j})^2; \qquad (13)$$

Возьмем производные по ИТК $W_{kl_1}(k=1,2;\ l_1=1,3)$ от критериев для магнитного и гравитационного поля, приравняем каждую нулю и получим по каждому критерию систему из трех уравнений для вычисления ИТК. Подставляя ИТК в итерационные формулы (6)-(7), получим плотность и магнитные свойства для блоков ИНМ.

Теперь аналогичными приемами составим критерии для минимальных поправок к плотности.

Умножим первое из уравнений невязок (10) - (11) на оператор

$$D_i = \underset{j}{sum}(a_{ij}/(\lambda_i^{\alpha}\lambda_j^{\beta})),$$

а второе – умножим на оператор

$$Z_i = \underset{j}{sum}(b_{ij}/(\lambda_{1,i}^{\alpha}\lambda_{1,j}^{\beta})),$$

а затем, возводя в квадраты и суммируя их, получим критерии суммы квадратов поправок к плотности и интенсивности намагничивания блоков для тех же гибридных аналогов фильтров Винера-Калмана с теми же итерационными формулами для вычисления плотности (6) и интенсивности намагничивания (7) блоков горных пород:

$$F_{gg} = (B_{i,n+1},B_{i,n+1}) = \underset{i}{sum}(\underset{j}{sum}(a_{ij}/(\lambda_i^{\alpha}\lambda_j^{\beta})(W_{11}R_{11,j,n} + \qquad (14)$$

$$+W_{12}R_{12,j,n} + W_{13}R_{13,j,n} - g_j)))^2;$$

$$F_{ZZ} = \sum_i (Z_{i,n+1})^2 = \sum_i (\sum_j (b_{ij} /(\lambda_{1,i}^{\alpha}\lambda_{1,j}^{\beta})(W_{21}R_{21,j,n} + \tag{15}$$
$$+W_{22}R_{22,j,n} + W_{23}R_{23,j,n} - Z_{a,j})))^2;$$

Введем обозначения:

$$D_{i,1l_1} = \sum_j (a_{ij} /(\lambda_i^{\alpha}\lambda_j^{\beta})R_{1l_1,j,n}); \; D_{i,14} = \sum_j (a_{ij} /(\lambda_i^{\alpha}\lambda_j^{\beta})g_j); \; l_1 = 1,3;$$

$$D_{i,2l_1} = \sum_j (b_{ij} /(\lambda_{1,i}^{\alpha}\lambda_{1,j}^{\beta})R_{2L_1,j,n}); \; D_{i,24} = \sum_j (b_{ij} /(\lambda_{1,i}^{\alpha}\lambda_{1,j}^{\beta})R_{24,j,n});$$

Подставляя новые обозначения в формулы критериев (14)- (15), получим:

$$F_{gg} = \sum_i (W_{11}D_{i,11} + W_{12}D_{i,12} + W_{13}D_{i,13} - D_{i.14})^2; \tag{16}$$

$$F_{ZZ} = \sum_i (W_{21}D_{21,j,n} + W_{22}D_{22,j,n} + W_{23}D_{23,j,n} - D_{i,24})^2; \tag{17}$$

Возьмем производные по $W_{kl_1}(k = 1,2; \; l_1 = 1,3)$ от критериев (16)- (17) для магнитного и гравитационного поля, приравняем каждую к нулю и получим для каждого критерия систему из трех уравнений:

$$(F_{gg})'_{W_{1l_2}} = \sum_i (W_{11}D_{i,11} + W_{12}D_{i,12} + W_{13}D_{i,13} - D_{i.14})D_{i,1l_2} = 0; \tag{18}$$

$$(F_{ZZ})'_{W_{2l_2}} = \sum_i (W_{21}D_{21,i} + W_{22}D_{22,i} + W_{23}D_{23,i} - D_{i,24})D_{2l_2,i} = 0; \tag{19}$$

Введем обозначения:

$$B_{l_2l_1,g} = (D_{i,1l_1}, D_{i,1l_2}); \; l_1 = 1,4; \; l_2 = 1,3; \; B_{l_2l_1,Zz} = (D_{i,2l_1}, D_{i,2l_2});$$

С их учетом составим систему трех уравнений для критерия по гравитационному полю:

$$B_{l_21,g}W_{11} + B_{l_22,g}W_{12} + B_{l_23,g}W_{13} = B_{l_24,g}; \tag{20}$$

Аналогично составим систему трех уравнений для критерия по магнитному полю:

$$B_{l_21,Zz}W_{21} + B_{l_22,Zz}W_{22} + B_{l_23,Zz}W_{23} = B_{l_24,Zz}; \tag{21}$$

Решая системы уравнений (20)-(21), получим ИТК для итерационных формул (6)-(7), по которым вычисляется плотность и интенсивность намагничивания блоков горных пород.

Теперь запишем итерационные формулы для глубин, определяемых по гравитационному и магнитному полю:

$$h_{i,g,n+1} = W_{11}h_{i,g,n} + W_{12}h_{i,m,n} + W_{13}, \tag{22}$$

$$h_{i,m,n+1} = W_{21}h_{i,g,n} + W_{22}h_{i,m,n} + W_{23}. \tag{23}$$

Умножим левую часть равенства (22) на величину

$$I = (\sigma_{i,n} / R_{ij,g,n+1}^3) \quad ,$$

где $R_{ij,g,n+1}^2 = S_j + h_{i,g,n+1}^2; \quad R_{ij,g,n}^2 = S_j + h_{i,g,n}^2; \; S_j = (x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2;$

а правую часть - на ее разложение в ряд $I \approx (\sigma_{i,n} / R_{ij,g,n}^3) \times (1 - 3\mu C_{i,n}h_{i,g,n} / R_{ij,g,n}^2).$

Затем проинтегрируем обе части равенства (22) по объему элемента сеточной модели (полубесконечной вертикальной прямоугольной призмы с горизонтальным сечением s_0). Суммируя по индексу i (от 1 до M) и вычитая из полученных сумм элементы измеренного поля g_j, окончательно получим: в левой части - невязку поля, а в правой - сумму решений прямых задач для различных производных потенциала, умноженных на ИТК:

$$r_{j,g,n+1} = (W_{1k}, R_{1k,j,n}) - g_j \;, \tag{24}$$

где: $R_{11,j,n} = (\sigma_{i,n}, a_{ij});$ $R_{12,j,n} = (\sigma_{i,n} h_{i,m,,n}, h_{i,g,,n} f);$

$$R_{13,j,n} = (\sigma_{i,n}, h_{i,g,,n} f); \quad R_{14,j,n} = (\sigma_{i,n}, C_{i,n}(e - f));$$

$$R_{15,j,n} = (\sigma_{i,m,,n} h_{i,m,,n}, C_{i,,n} e); \quad R_{16,j,n} = (\sigma_{i,n}, C_{i,,n} e);$$

$$e = \iint R^{-3}_{ij,g,n} dx_i dy_i ; \quad f = \iint S_j^{-1} R^{-1}_{ij,g,n} dx_i dy_i ;$$

$$W_{1k+3} = W_{1k}\mu; \; k = 1,3; \quad h_{i,g,n+1} = h_{i,g,n} - \mu_{n+1} C_{i,n};$$

Пользуясь уравнением (24), составим критерий по минимуму суммы квадратов невязок гравитационного поля:

$$F_{rhg} = (r_{j,g,n+1}, r_{j,g,n+1}) = ((W_{1k}, R_{1k,j,n}) - g_j, (W_{1k}, R_{1k,j,n}) - g_j); \tag{25}$$

Аналогично, умножим левую часть равенства (23) на величину

$$J = (J_{i,n} / R^3_{ij,m,n+1}) \quad ,$$

где $R^2_{ij,m,n+1} = S_j + h^2_{i,m,n+1};$ $R^2_{ij,m,n} = S_j + h^2_{i,m,n};$ $S_j = (x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2;$

а правую часть - на ее разложение в ряд $J \approx (J_{i,n} / R^3_{ij,m,n}) \times (1 - 3\mu C_{i,n} h_{i,m,n} / R^2_{ij,m,n})$.

Затем проинтегрируем обе части равенства (23) по площади элемента сеточной модели s_0. Сммируя по индексу i (от 1 до M) и вычитая из полученных сумм элементы соответствующего измеренного поля $Z_{a,j}$, окончательно получим: в левой части – невязку магнитного поля, а в правой - сумму формул, решающих прямые задачи потенциала для различных функций, умноженных на ИТК:

$$r_{j,m,n+1} = (W_{2k}, R_{2k,j,n}) - Z_{a,j}; \;, \tag{26}$$

где: $R_{21,j,n} = (J_{i,n} h_{i,g,,n}, f_1);$ $R_{22,j,n} = (J_{i,n}, b_{ij});$

$$R_{23,j,n} = (J_{i,n}, f_1); \; R_{24,j,n} = -(J_{i,m,,n} h_{i,m,,n}, h_{i,g,,n} C_{i,,n} e_1);$$

$$R_{25,j,n} = -(J_{i,n}, h^2_{i,m,n} C_{i,n} e_1); \quad R_{26,j,n} = -(J_{i,n}, h_{i,m,,n} C_{i,,n} e_1);$$

$$e_1 = \iint R^{-5}_{ij,m,n} dx_i dy_i ; \quad f_1 = \iint R^{-3}_{ij,m,n} dx_i dy_i ;$$

$$W_{2(k+3)} = 3W_{2k}\mu; \; k = 1,3; \; h_{i,m,n+1} = h_{i,m,n} - \mu_{n+1} C_{i,n};$$

Пользуясь уравнением (26), составим критерий по минимуму суммы квадратов невязок магнитного поля:

$$F_{rhm} = (r_{j,m,n+1}, r_{j,m,n+1}) = ((W_{2k}, R_{2k,j,n}) - Z_{a,j}, (W_{2k}, R_{2k,j,n}) - Z_{a,j}); \tag{25}$$

Дифференцируя критерии (25)-(26) по всем ИТК, приравнивая затем производные нулю и решая две системы уравнений, получим все ИТК, которые необходимы для вычисления глубин до блоков горных пород по формулам (22)-(23), используя совместно магнитное и гравитационное поле. В этом методе на каждой итерации в каждом критерии магнитное и гравитационное поле используется совместно.

Особенностью методов на основе гибридных аналогов фильтров Винера-Калмана является то, что их можно применять все вместе и вместе с другими методами [7,8] в одной итерации. Для этого необходимо выбрать не меньше двух частей одного поля или двух разных полей с любыми заданными векторами начальных условий.

Применяемая схема интерпретации геофизических полей фактически более выгодно заменяет методы условной оптимизации, для которых нужны, скорее всего, удачно найденные методы вычисления коэффициентов Лагранжа. В приведенных здесь методах на основе гибридных аналогов фильтров Винера-Калмана эта операция отсутствует, поэтому с их помощью можно проверять правильность теоретических разработок в области создания других методов, а также поиска способов определения коэффициентов Лагранжа для условной оптимизации в обратных задачах геофизики.

Выводы. Приведенные методы устойчивого и однозначного решения обратных задач гравиметрии открывают новое направление в интерпретации потенциальных полей, основанное на использовании классов интерпретационных моделей.

Перспективы дальнейших исследований. Приведенные принципы разработки устойчивых и однозначных методов решения обратных задач гравиметрии могут позволить разработать аналогичные методы интерпретации в других отраслях геофизики и на их основе повысить эффективность геологоразведочных работ при поисках рудного сырья и углеводородов.

Список литературы

1. *Е.Г. Булах, Ржаницын В.А., М.Н. Маркова*. Применение метода минимизации для решения задач структурной геологии по данным гравиразведки. Изд-во «Наукова думка», К.,1976,-220с.
2. *Старостенко В.И.* Устойчивые численные методы в задачах гравиметрии. – К.: Наук. думка, 1978. – 227с.
3. *Петровский А.П.* Информационное обеспечение и модельные представления интегральной интерпретации геолого-геофизических данных при изучении нефтегазоносных структур// Гефизический журнал. -2004. - №3, Т. 26. – С. 77-86.
4. *Миненко П.А.* Методы и критерии оптимизации устойчивых решений обратной задачи глубинной морской гравиметрии// "Науковий вісник НГУ". – 2007. - №11. - С. 83- 91.
5. *А.А. Самарский, А.В.Гулин*. Численные методы. – М.: «Наука» ГРФМЛ, 1989. – 432с.
6. *П.А. Миненко.* Обратная нелинейная задача гравиметрии на основе аналогов фильтров Винера-Калмана// Доп. НАН України. – 2008. - №7. – С. 118-123.
7. *Миненко П.А.* Проблемы и перспективы применения линейных методов интепретации гравиметрических измерений в рудных районах//Сб. научн. тр./Всеукр. Ассоц. Геоинформатики «Теоретичні та прикладні аспекти геоінформатики».- К., 2006. -С. 244-256.
8. *Миненко П.А.* Метод погружения аномальних масс в обратной линейно-нелинейной задаче гравиметрии и магнитометрии // "Науковий вісник НГУ". – 2007. - №2. - С. 37- 42.