УДК 550.831
П.А. Миненко
Криворожский национальный университет

ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ПОТЕНЦИАЛА В ПРИЛОЖЕНИЯХ К ГОРНОМУ ДЕЛУ

Приведено пример применения теории потенциала для получения устойчивых решений обратных задач во взрывном деле. Разработаны простейшие алгоритмы решения обратных задач на компьютерах методом наименьших квадратов и фильтрационными итерационными методами простой итерации для интерпретационных моделей.

***Ключевые слова**: потенциал, обратная задача, устойчивое решение, взрывное дело.*

Известны сеточные методы решения обратной линейно-нелинейной задачи гравиметрии (ОЛНЗГ) и магнитометрии (ОЛНЗМ) с помощью итерационных оптимизирующих алгоритмов с фильтрацией помех поля на основе критерия минимума нормы поправок к плотности и магнитным свойствам горных пород [1]. Кроме физических и геометрических параметров крупных геологических структур, в этих работах эпизодически приводятся некоторые технические результаты: средняя плотность верхнего слоя морских отложений, распределение магнитных и электрических свойств в окисленных и полуокисленных разностях горных пород верхнего слоя кристаллического фундамента, карты глубин до морского дна или кристаллического фундамента [2-5]. Известны прямые методы решения обратных задач теории потенциала скоростей для одиночных зарядов взрывчатого вещества (ВВ) , которые для группы зарядов слабо устойчивы [6-8]. Эти методы использованы также в экономике и юриспруденции в условиях нечеткой логики [9]. Однако существует необходимость расширения сферы их применения.

Целью настоящей работы является создание итерационных методов устойчивого решения линейной задачи потенциала скоростей в теории действия взрыва при разрушении горных пород группой скважинных зарядов ВВ.

Во взрывном деле поставленная цель достигается использованием баланса энергии и формул потенциала скоростей для зарядов ВВ различной формы.

Потенциал трехосного эллипсоида с полуосями (a,b,c) равен [6,8]

$$\varphi = A\int_{\lambda}^{\infty}\frac{d\lambda}{\sqrt{(a^2+\lambda)(b^2+\lambda)(c^2+\lambda)}}, \qquad (1)$$

где $A = const,\ \lambda$ - переменная интегрирования.

Вычислим потенциал шара, положив $a = b = c:$

$$\varphi = A\int_{\lambda}^{\infty}\frac{d\lambda}{\sqrt{(a^2+\lambda)^{3/2}}} = \frac{2A}{(a^2+\lambda)^{1/2}} = \frac{2A}{r}; \qquad (2)$$

где r - расстояние от центра заряда ВВ до разрушаемого объема dv горной породы с плотностью ρ.

Найдем A из баланса энергии Q заряда ВВ энергоемкостью ε_0, плотностью γ и радиусом $R:$

$$Q = 4/3\pi R^3\varepsilon_0\gamma = -\rho\varphi(R)\int_s\frac{\partial\varphi}{2\,\partial r} =$$

$$= \rho A \int_s \frac{2A4\pi r^2}{Rr^2} = 8\pi\rho A^2 / R. \qquad (3)$$

Преобразуем (3) и получим

$$A = R^2 \sqrt{\frac{\varepsilon_0 \gamma}{6\rho}}. \qquad (4)$$

Составим баланс энергии E по критерию дробимости [9]:

$$E = 4a^5 \rho D / 3 = 4a^3 \rho u_z^2 = 4a^3 (\sigma_p^2 / E_0), \qquad (5)$$

где u_z - критическая скорость откола куска горной породы; a - размер среднего куска дробленной породы; σ_p и E_0 - предел прочности породы на разрыв и ее модуль Юнга; D - функция дробимости горной породы;

$$D = \sum_{i,j} (\varphi''_{x_i x_j})^2. \qquad (6)$$

Подставляя все производные в (6), получим

$$D = 24A^2 / r^6,$$

где $r^2 = (x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2$,

(x_i, y_i, z_i) - координаты точек заряда;

(x_j, y_j, z_j) - координаты точек разрушаемой горной породы.

Из (5) получим формулы для среднего размера куска дробленной горной породы:

$$a = u_z (3/D)^{1/2} = \sigma_p (3/DE_0)^{1/2}. \qquad (7)$$

Из (5) также получим формулы для радиуса заряда:

$$R = L\sqrt{\frac{\sigma_p L}{2a(1+k_0)}} / \sqrt[4]{E_0 \varepsilon_0 \gamma / 3}, \qquad (8)$$

где k_0 - коэффициент отражения воздействий заряда от границы среды с воздухом.

Возьмем $a = 0{,}5$м; $\varepsilon_0 = 4.2\text{x}10^6$ дж; $\gamma = 10^3$ кг/м^3; $k_0 = 1$; $L = 7$м; $\sigma_p = 0{,}3\text{x}10^7$ Па; $E = 5\text{x}10^{10}$ Па;

По формуле (8) вычислим радиус сферического заряда $R = 0{,}247$м. Для увеличения линии наименьшего сопротивления (ЛНС) до $L =$ 10м необходимо выбрать заряд радиусом 0,5м или использовать скважинный заряд ВВ значительной протяженности по высоте. Поэтому, аналогично формулам (1)-(4), получим формулу потенциала для цилиндрического заряда ВВ высотой $H = z_{2,i} - z_{1,i}$:

$$\varphi = 2A \int_v \frac{dv}{r} = 2A\pi R^2 Ln((r_j^2 +$$

$$+(z_i - z_j)^2)^{1/2} + (z_i - z_j))\Big|_{z_{1,i}}^{z_{2,i}} : \qquad (9)$$

$$A = \frac{1}{4\pi R^2}\sqrt{\frac{Q}{\pi\rho H(Ln(H/R))}}; \qquad (10)$$

Составим по аналогии с (5) баланс энергии на боковой поверхности уступа при $r_j = L$ и

$$D = 1.5(4\pi AHR^2)^2/(L^2 + (H/2)^2)^3, \qquad (11)$$

а из него получим уравнение для вычисления радиуса заряда ВВ, обеспечивающего заданный размер куска a дробленной горной породы на уровне половины высоты цилиндрического заряда:

$$\frac{R}{\sqrt{Ln(H/R)}} = \frac{2\sigma_p(L^2 + H^2/2)^{3/2}}{aH(1+k_0)\sqrt{E_0\varepsilon_0\gamma/2}}. \qquad (12)$$

При $H = 10$м; $L = 10$м и тех же значениях других констант, что и для формулы (8), из (12) получим:

$$\frac{R}{\sqrt{Ln(H/R)}} = 0.0818 \text{ м}; \; R = 0.170\text{м}. \qquad (13)$$

При $L = 12$м имеем:

$$\frac{R}{\sqrt{Ln(H/R)}} = 0.129 \text{ м}; \; R = 0{,}248\text{м}. \qquad (14)$$

Для получения заданного размера куска a дробленной горной породы на уровне торцов цилиндрического заряда его радиус определяется формулой

$$\frac{R}{\sqrt{Ln(H/R)}} = \frac{2\sigma_p(L^2 + H^2)^{3/2}}{aH(1+k_0)\sqrt{E_0\varepsilon_0\gamma/2}}. \qquad (15)$$

Для тех же параметров горной породы и ВВ из (15) при $L = 10$м получим:

$$\frac{R}{\sqrt{Ln(H/R)}} = 0.166 \text{ м}; \; R = 0.310\text{м}. \qquad (16)$$

При $L = 12$м имеем:

$$\frac{R}{\sqrt{Ln(H/R)}} = 0.223 \text{ м}; \; R = 0{,}400\text{м}. \qquad (17)$$

Из оценок (12)-(17) следует, что средняя часть заряда должна иметь меньшую энергоемкость, чем на торцах. С другой стороны, располагать скважины с зарядами ВВ в одну линию также нецелесообразно, так как это ведет к большой неравномерности дробления горной породы и перерасходу ВВ. Следовательно, задача размешения скважинных зарядов ВВ по площади представляет собой обратную нелинейную задачу потенциала скоростей (ОНЗПС) , а задача определения переменного радиуса заряда по высоте скважины представляет собой обратную линейную задачу потенциала скоростей (ОЛЗПС). Перейдем к составлению алгоритма решения (ОЛЗПС) при аппроксимации скважинного заряда ВВ сферическими зарядами. Для этого воспользуемся выражениями (4)-(6), после чего получим:

$$\sum_i a_{i,j}\eta_i = b_j\,, \tag{18}$$

$$b_j = 3\sigma_p^2/(4E_0a^2\varepsilon_0\gamma(1+k_0)^2),\ \eta_i = R_i^4;$$

$$a_{i,j} = 1/(r_j^2 + (z_i - z_j)^2)^3.$$

Решение системы уравнений (18) неустойчиво. Поэтому будем решать ее фильтрационным итерационным методом простой итерации с критерием оптимизации по минимуму суммы квадратов поправок к определяемому параметру, разработанным автором и изложенным в [1-5].

Запишем итерационную формулу (ИФ) связи для значений неизвестного параметра $\eta_{i,n}$ на соседних итерациях с номерами n и $n+1$, формулу невязки поля энергии (ФНПЭ) $r_{j,n}$ и формулу поправки (ФП) $B_{i,n}$ к неизвестному параметру:

$$\eta_{i,n+1} = \eta_{i,n} - \tau_{n+1}B_{i,n};\ \lambda_i = \sum_j a_{i,j}; \tag{19}$$

$$r_{j,n+1} = r_{j,n} - \tau_{n+1}(a_{i,j}, B_{i,n}); \tag{20}$$

$$B_{i,n} = \sum_j (a_{i,j}r_{j,n}/\lambda_i\lambda_j);\quad \lambda_j = \sum_i a_{i,j}; \tag{21}$$

где τ_{n+1} - неизвестный итерационный коэффициент (ИтК) на $n+1$-ой итерации.

Запишем критерий оптимизации:

$$F_B = \sum_i B_{i,n+1}^2 = \sum_i (B_{i,n} - \tau_{n+1}C_{i,n})^2 = min; \tag{22}$$

где $C_{i,n+1} = \sum_j (a_{i,j}(a_{i,j}, B_{i,n})/\lambda_i\lambda_j);$

Оптимизируя (22), получим

$$\tau_{n+1} = (B_{i,n}, C_{i,n})/(C_{i,n}, C_{i,n}). \tag{23}$$

Аналогично, оптимизируя критерий невязки

$$F_r = \sum_j r_{j,n+1}^2 = min, \tag{24}$$

получим итерационный коэффициент:

$$\tau_{n+1,r} = (r_{j,n}, Z_{j,n})/(Z_{j,n}, Z_{j,n}), \tag{25}$$

где $Z_{j,n} = (a_{i,j}, B_{i,n}).$

Теперь запишем алгоритм решения (ОЛЗПС) при аппроксимации скважинного заряда ВВ цилиндрическими зарядами:

$$\sum_i a_{i,j}\eta_i = b_j\,, \tag{26}$$

где $\eta_i = R_i^2/Ln((z_{2,i} - z_{1,i})/R_i);$

$$b_j = 8\sigma_p^2/(E_0a^2\varepsilon_0\gamma(1+k_0)^2),$$

$$a_{i,j} = ((z_{1,i} - z_j)/(L_j^2 + (z_{1,i} - z_j)^2)^{3/2} -$$
$$- (z_{2,i} - z_j)/(L_i^2 + (z_{2,i} - z_j)^2)^{3/2})^2,$$

Система уравнений (26) решается тем же итерационным методом (19)-(25). Приведенные методы позволяют разрабатывать технологии отбойки горной массы на карьерах при требуемом гранулометрическом составе и оптимизированном расходе ВВ.

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Применение фильтрационных методов устойчивого решения обратных задач теории потенциала в горном деле позволяет оптимизировать расход ВВ, а также снизить интенсивность разрушающих сейсмических воздействий на здания и сооружения, что в дальнейшем позволит создавать экологически безопасные технологии горного производства.

Список литературы

1. Миненко П.А. Исследование кристаллического фундамента линейно-нелинейными методами магнитометрии и гравиметрии// «Геоінформатика».- К. - №4. - 2006. - С.41- 45.

2. Миненко П.А. Экстремальные итерационные методы решения обратной задачи магнитометрии при исследованиях на кристаллическом фундаменте//«Доповіді НАН України». - 2007. - №4, С. 137-141.

3. Миненко П.А. Фильтрация интенсивных помех в обратной линейной задаче гравиметрии при исследованиях на кристаллических щитах// Науковий Вісник НГУ. - 2006. - №6. - С. 38-43.

4. Миненко П.А. Методы и критерии оптимизации устойчивых решений обратной задачи глубинной морской гравиметрии // Науковий Вісник НГУ. -2007. - №11. - С. 83-91.

5. Миненко П.А. Обратная нелинейная задача гравиметрии для структурных исследований // Науковий Вісник НГУ. - 2008. - №5. - С. 24-28.

6. Власов О.Е. Основы теории действия взрыва. – М.: ВИА, 1967. – 384 с.

7. Власов О.Е., Смирнов С.А. Основы расчета дробления горных пород взрывом. - М.: Изд-во АН СССР// ИГД им. А.А. Скочинского. - 1962. – 104 с.

8. Миненко П.А., Э.А. Корнет, В.А. Черненко. Теоретические исследования выбора диаметра компенсационной полости при проходке горных выработок // Сб. науч. тр./ НИГРИ «Совершенствование технологии подземной разработки руд черных металлов». – Кривой Рог, 1983. - С. 37 - 39.

9. Миненко П.А., Миненко В.П. Регрессионный анализ с искусственными переменными на основе итерационных методов по критерию минимума нормы поправок // Науковий Вісник НГУ. - 2007. - №9. - С. 40-43.