

УДК 550.831

П.А. Миненко

Криворожский национальный университет

## ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ПОТЕНЦИАЛА В ПРИЛОЖЕНИЯХ К ГОРНОМУ ДЕЛУ

Приведено пример применения теории потенциала для получения устойчивых решений обратных задач во взрывном деле. Разработаны простейшие алгоритмы решения обратных задач на компьютерах методом наименьших квадратов и фильтрационными итерационными методами простой итерации для интерпретационных моделей.

**Ключевые слова:** потенциал, обратная задача, устойчивое решение, взрывное дело.

Известны сеточные методы решения обратной линейно-нелинейной задачи гравиметрии (ОЛНЗГ) и магнитометрии (ОЛНЗМ) с помощью итерационных оптимизирующих алгоритмов с фильтрацией помех поля на основе критерия минимума нормы поправок к плотности и магнитным свойствам горных пород [1]. Кроме физических и геометрических параметров крупных геологических структур, в этих работах эпизодически приводятся некоторые технические результаты: средняя плотность верхнего слоя морских отложений, распределение магнитных и электрических свойств в окисленных и полуокисленных разностях горных пород верхнего слоя кристаллического фундамента, карты глубин до морского дна или кристаллического фундамента [2-5]. Известны прямые методы решения обратных задач теории потенциала скоростей для одиночных зарядов взрывчатого вещества (ВВ), которые для группы зарядов слабо устойчивы [6-8]. Эти методы использованы также в экономике и юриспруденции в условиях нечеткой логики [9]. Однако существует необходимость расширения сферы их применения.

Целью настоящей работы является создание итерационных методов устойчивого решения линейной задачи потенциала скоростей в теории действия взрыва при разрушении горных пород группой скважинных зарядов ВВ.

Во взрывном деле поставленная цель достигается использованием баланса энергии и формул потенциала скоростей для зарядов ВВ различной формы.

Потенциал трехосного эллипсоида с полуосями  $(a, b, c)$  равен [6,8]

$$\varphi = A \int_{\lambda}^{\infty} \frac{d\lambda}{\sqrt{(a^2 + \lambda)(b^2 + \lambda)(c^2 + \lambda)}}, \quad (1)$$

где  $A = const$ ,  $\lambda$  - переменная интегрирования.

Вычислим потенциал шара, положив  $a = b = c$ :

$$\varphi = A \int_{\lambda}^{\infty} \frac{d\lambda}{\sqrt{(a^2 + \lambda)^{3/2}}} = \frac{2A}{(a^2 + \lambda)^{1/2}} = \frac{2A}{r}, \quad (2)$$

где  $r$  - расстояние от центра заряда ВВ до разрушаемого объема  $dv$  горной породы с плотностью  $\rho$ .

Найдем  $A$  из баланса энергии  $Q$  заряда ВВ энергоемкостью  $\varepsilon_0$ , плотностью  $\gamma$  и радиусом  $R$ :

$$Q = 4 / 3 \pi R^3 \varepsilon_0 \gamma = -\rho \varphi(R) \int_s \frac{\partial \varphi}{\partial r} =$$

$$= \rho A \int_s \frac{2A4\pi r^2}{Rr^2} = 8\pi\rho A^2 / R. \quad (3)$$

Преобразуем (3) и получим

$$A = R^2 \sqrt{\frac{\varepsilon_0 \gamma}{6\rho}}. \quad (4)$$

Составим баланс энергии  $E$  по критерию дробимости [9]:

$$E = 4a^5 \rho D / 3 = 4a^3 \rho u_z^2 = 4a^3 (\sigma_p^2 / E_0), \quad (5)$$

где  $u_z$  - критическая скорость откола куска горной породы;  $a$  - размер среднего куска дробленной породы;  $\sigma_p$  и  $E_0$  - предел прочности породы на разрыв и ее модуль Юнга;  $D$  - функция дробимости горной породы;

$$D = \sum_{i,j} (\varphi''_{x_i x_j})^2. \quad (6)$$

Подставляя все производные в (6), получим

$$D = 24A^2 / r^6,$$

где  $r^2 = (x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2$ ,

$(x_i, y_i, z_i)$  - координаты точек заряда;

$(x_j, y_j, z_j)$  - координаты точек разрушаемой горной породы.

Из (5) получим формулы для среднего размера куска дробленной горной породы:

$$a = u_z (3/D)^{1/2} = \sigma_p (3/DE_0)^{1/2}. \quad (7)$$

Из (5) также получим формулы для радиуса заряда:

$$R = L \sqrt{\frac{\sigma_p L}{2a(1+k_0)}} / \sqrt[4]{E_0 \varepsilon_0 \gamma / 3}, \quad (8)$$

где  $k_0$  - коэффициент отражения воздействий заряда от границы среды с воздухом.

Возьмем  $a = 0,5$ м;  $\varepsilon_0 = 4.2 \times 10^6$  Дж;  $\gamma = 10^3$  кг/м<sup>3</sup>;  $k_0 = 1$ ;  $L = 7$ м;  $\sigma_p = 0,3 \times 10^7$  Па;  $E = 5 \times 10^{10}$

Па;

По формуле (8) вычислим радиус сферического заряда  $R = 0,247$ м. Для увеличения линии наименьшего сопротивления (ЛНС) до  $L = 10$ м необходимо выбрать заряд радиусом 0,5м или использовать скважинный заряд ВВ значительной протяженности по высоте. Поэтому, аналогично формулам (1)-(4), получим формулу потенциала для цилиндрического заряда ВВ высотой

$$H = z_{2,i} - z_{1,i} :$$

$$\varphi = 2A \int_r^{dv} = 2A\pi R^2 \text{Ln}((r_j^2 +$$

$$+ (z_i - z_j)^2)^{1/2} + (z_i - z_j) \Big|_{z_{1,i}}^{z_{2,i}} : \quad (9)$$

$$A = \frac{1}{4\pi R^2} \sqrt{\frac{Q}{\pi \rho H (\ln(H/R))}}; \quad (10)$$

Составим по аналогии с (5) баланс энергии на боковой поверхности уступа при  $r_j = L$  и

$$D = 1.5(4\pi A H R^2)^2 / (L^2 + (H/2)^2)^3, \quad (11)$$

а из него получим уравнение для вычисления радиуса заряда ВВ, обеспечивающего заданный размер куска  $a$  дробленой горной породы на уровне половины высоты цилиндрического заряда:

$$\frac{R}{\sqrt{\ln(H/R)}} = \frac{2\sigma_p (L^2 + H^2/2)^{3/2}}{aH(1+k_0)\sqrt{E_0\varepsilon_0\gamma/2}}. \quad (12)$$

При  $H = 10\text{м}$ ;  $L = 10\text{м}$  и тех же значениях других констант, что и для формулы (8), из (12) получим:

$$\frac{R}{\sqrt{\ln(H/R)}} = 0.0818 \text{ м}; R = 0.170\text{м}. \quad (13)$$

При  $L = 12\text{м}$  имеем:

$$\frac{R}{\sqrt{\ln(H/R)}} = 0.129 \text{ м}; R = 0,248\text{м}. \quad (14)$$

Для получения заданного размера куска  $a$  дробленой горной породы на уровне торцов цилиндрического заряда его радиус определяется формулой

$$\frac{R}{\sqrt{\ln(H/R)}} = \frac{2\sigma_p (L^2 + H^2)^{3/2}}{aH(1+k_0)\sqrt{E_0\varepsilon_0\gamma/2}}. \quad (15)$$

Для тех же параметров горной породы и ВВ из (15) при  $L = 10\text{м}$  получим:

$$\frac{R}{\sqrt{\ln(H/R)}} = 0.166 \text{ м}; R = 0.310\text{м}. \quad (16)$$

При  $L = 12\text{м}$  имеем:

$$\frac{R}{\sqrt{\ln(H/R)}} = 0.223 \text{ м}; R = 0,400\text{м}. \quad (17)$$

Из оценок (12)-(17) следует, что средняя часть заряда должна иметь меньшую энергоемкость, чем на торцах. С другой стороны, располагать скважины с зарядами ВВ в одну линию также нецелесообразно, так как это ведет к большой неравномерности дробления горной породы и перерасходу ВВ. Следовательно, задача размещения скважинных зарядов ВВ по площади представляет собой обратную нелинейную задачу потенциала скоростей (ОНЗПС), а задача определения переменного радиуса заряда по высоте скважины представляет собой обратную линейную задачу потенциала скоростей (ОЛЗПС). Перейдем к составлению алгоритма решения (ОЛЗПС) при аппроксимации скважинного заряда ВВ сферическими зарядами. Для этого воспользуемся выражениями (4)-(6), после чего получим:

$$\sum_i a_{i,j} \eta_i = b_j, \quad (18)$$

$$b_j = 3\sigma_p^2 / (4E_0 a^2 \varepsilon_0 \gamma (1+k_0)^2), \quad \eta_i = R_i^4;$$

$$a_{i,j} = 1 / (r_j^2 + (z_i - z_j)^2)^3.$$

Решение системы уравнений (18) неустойчиво. Поэтому будем решать ее фильтрационным итерационным методом простой итерации с критерием оптимизации по минимуму суммы квадратов поправок к определяемому параметру, разработанным автором и изложенным в [1-5].

Запишем итерационную формулу (ИФ) связи для значений неизвестного параметра  $\eta_{i,n}$  на соседних итерациях с номерами  $n$  и  $n+1$ , формулу невязки поля энергии (ФНПЭ)  $r_{j,n}$  и формулу поправки (ФП)  $B_{i,n}$  к неизвестному параметру:

$$\eta_{i,n+1} = \eta_{i,n} - \tau_{n+1} B_{i,n}; \quad \lambda_i = \sum_j a_{i,j}; \quad (19)$$

$$r_{j,n+1} = r_{j,n} - \tau_{n+1} (a_{i,j}, B_{i,n}); \quad (20)$$

$$B_{i,n} = \sum_j (a_{i,j} r_{j,n} / \lambda_i \lambda_j); \quad \lambda_j = \sum_i a_{i,j}; \quad (21)$$

где  $\tau_{n+1}$  - неизвестный итерационный коэффициент (ИтК) на  $n+1$ -ой итерации. Запишем критерий оптимизации:

$$F_B = \sum_i B_{i,n+1}^2 = \sum_i (B_{i,n} - \tau_{n+1} C_{i,n})^2 = \min; \quad (22)$$

где  $C_{i,n+1} = \sum_j (a_{i,j} (a_{i,j}, B_{i,n}) / \lambda_i \lambda_j);$

Оптимизируя (22), получим

$$\tau_{n+1} = (B_{i,n}, C_{i,n}) / (C_{i,n}, C_{i,n}). \quad (23)$$

Аналогично, оптимизируя критерий невязки

$$F_r = \sum_j r_{j,n+1}^2 = \min, \quad (24)$$

получим итерационный коэффициент:

$$\tau_{n+1,r} = (r_{j,n}, Z_{j,n}) / (Z_{j,n}, Z_{j,n}), \quad (25)$$

где  $Z_{j,n} = (a_{i,j}, B_{i,n}).$

Теперь запишем алгоритм решения (ОЛЗПС) при аппроксимации скважинного заряда ВВ цилиндрическими зарядами:

$$\sum_i a_{i,j} \eta_i = b_j, \quad (26)$$

где  $\eta_i = R_i^2 / \ln((z_{2,i} - z_{1,i}) / R_i);$

$$b_j = 8\sigma_p^2 / (E_0 a^2 \varepsilon_0 \gamma (1+k_0)^2),$$

$$a_{i,j} = \left( (z_{1,i} - z_j) / (L_j^2 + (z_{1,i} - z_j)^2)^{3/2} - (z_{2,i} - z_j) / (L_i^2 + (z_{2,i} - z_j)^2)^{3/2} \right)^2,$$

Система уравнений (26) решается тем же итерационным методом (19)-(25). Приведенные методы позволяют разрабатывать технологии отбойки горной массы на карьерах при требуемом гранулометрическом составе и оптимизированном расходе ВВ.

**Выводы и перспективы дальнейших исследований.** Применение фильтрационных методов устойчивого решения обратных задач теории потенциала в горном деле позволяет оптимизировать расход ВВ, а также снизить интенсивность разрушающих сейсмических воздействий на здания и сооружения, что в дальнейшем позволит создавать экологически безопасные технологии горного производства.

### Список литературы

1. Миненко П.А. Исследование кристаллического фундамента линейно-нелинейными методами магнитометрии и гравиметрии // «Геоінформатика». - К. - №4. - 2006. - С.41- 45.
2. Миненко П.А. Экстремальные итерационные методы решения обратной задачи магнитометрии при исследованиях на кристаллическом фундаменте // «Доповіді НАН України». - 2007. - №4, С. 137-141.
3. Миненко П.А. Фильтрация интенсивных помех в обратной линейной задаче гравиметрии при исследованиях на кристаллических щитах // Науковий Вісник НГУ. - 2006. - №6. - С. 38-43.
4. Миненко П.А. Методы и критерии оптимизации устойчивых решений обратной задачи глубинной морской гравиметрии // Науковий Вісник НГУ. -2007. - №11. - С. 83-91.
5. Миненко П.А. Обратная нелинейная задача гравиметрии для структурных исследований // Науковий Вісник НГУ. - 2008. - №5. - С. 24-28.
6. Власов О.Е. Основы теории действия взрыва. – М.: ВИА, 1967. – 384 с.
7. Власов О.Е., Смирнов С.А. Основы расчета дробления горных пород взрывом. - М.: Изд-во АН СССР// ИГД им. А.А. Скочинского. - 1962. – 104 с.
8. Миненко П.А., Э.А. Корнет, В.А. Черненко. Теоретические исследования выбора диаметра компенсационной полости при проходке горных выработок // Сб. науч. тр./ НИГРИ «Совершенствование технологии подземной разработки руд черных металлов». – Кривой Рог, 1983. - С. 37 - 39.
9. Миненко П.А., Миненко В.П. Регрессионный анализ с искусственными переменными на основе итерационных методов по критерию минимума нормы поправок // Науковий Вісник НГУ. - 2007. - №9. - С. 40-43.