УДК 004.3'12

О.В. Дробик, Л.П. Лобанов, В.О. Яскевич
Державний Університет інформаційно-комунікаційних технологій
вул. Солом'янська, 7, 03110, Київ, Україна

ПОБУДОВА ЦИФРОВИХ СХЕМ НА МУЛЬТИПЛЕКСОРАХ

В статті розглядається можливість використання мультиплексорів в якості логічних елементів для побудови цифрових схем.

Ключові слова: ЦИФРОВА СХЕМА, ЛОГІЧНІ ФУНКЦІЇ, МУЛЬТИПЛЕКСОР

Відомі методи побудови цифрових пристроїв в багатьох випадках не задовольняють сучасним вимогам. Це пов'язано з тим, що з ростом складності логічних виразів, кількість можливих варіантів швидко зростає. При цьому в загальному випадку не існує алгоритму цілеспрямованого отримувати оптимальні по складності схеми, крім повного або часткового перебору варіантів. Вихід може бути знайдений шляхом пошуку більш логічно потужніших елементів, ніж існуючи. Одним із таких елементів являється мультиплексор. В [1, 2] була зроблена спроба використати мультиплексори як елементи для побудови деяких цифрових схем, але без теоретичного обґрунтування. В даній роботі цей недолік вдалось в деякий мірі усунути.

Мультиплексор як логічний елемент

Технічну реалізацію будь-якої логічної функції (ЛФ) можна представити у вигляді пристрою, у якого одна зі змінних ЛФ $F(x_1, x_2, \ldots, x_i, \ldots, x_n)$ служить сигналом управління для комутації двох ЛФ. Якщо в якості сигналу управління взяти змінну x_i, то комутуватися будуть функції:

$$\begin{aligned} F_0 &= F_0(x_1, x_2, \ldots, x_{i-1}, x_{i+1}, \ldots, x_n) \\ F_1 &= F_1(x_1, x_2, \ldots, x_{i-1}, x_{i+1}, \ldots, x_n) \end{aligned} \tag{1}$$

У комутуючих ЛФ кількість змінних на одну менше, тому що змінна x_i відсутня, як змінна управління.

При значенні $x_i = 0$ на вихід комутується перша функція, а при значенні $x_i = 1$ комутується друга функція (рис. 1)

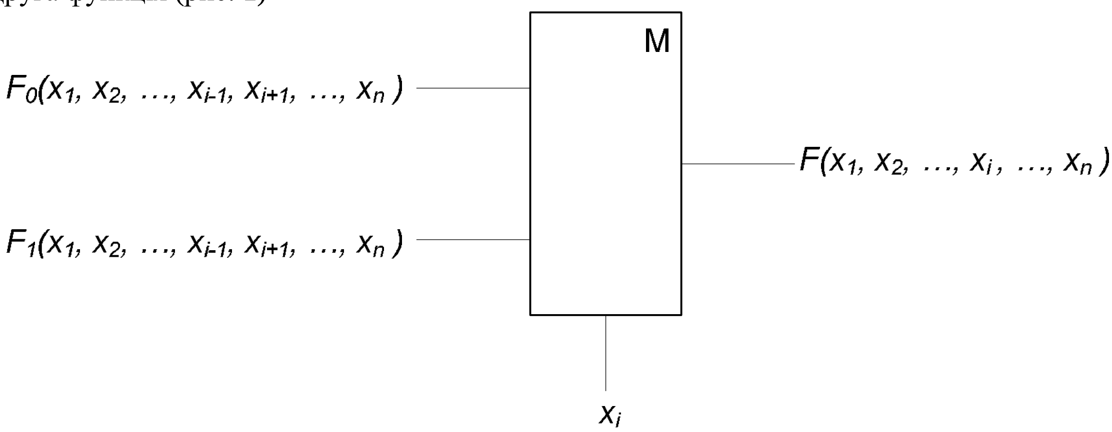

Рис. 1 Технічна реалізація складної ЛФ.

Цей факт демонструє наступний приклад. ЛФ трьох змінних подана в таблиці 1. В якості змінної управління вибрана змінна x_1.

Таблиця 1. Логічна функція трьох змінних

x_1	x_2	x_3	$F(x_1, x_2, x_3)$	Комутуючі функції
0	0	0	1	$F_0(x_2, x_3) = \overline{x_2 \cdot x_3}$

0	0	1	1	
0	1	0	1	
0	1	1	0	
1	0	0	0	$F_1(x_2,\ x_3) = x_2 \oplus x_3$
1	0	1	1	
1	1	0	1	
1	1	1	0	

Пристроєм, який сигналом управління комутує дві функції, являється двоканальний мультиплексор. Якщо продовжити подібну процедуру до комутуючих функцій, то отримаємо відповідну структурну схему (рис. 2)

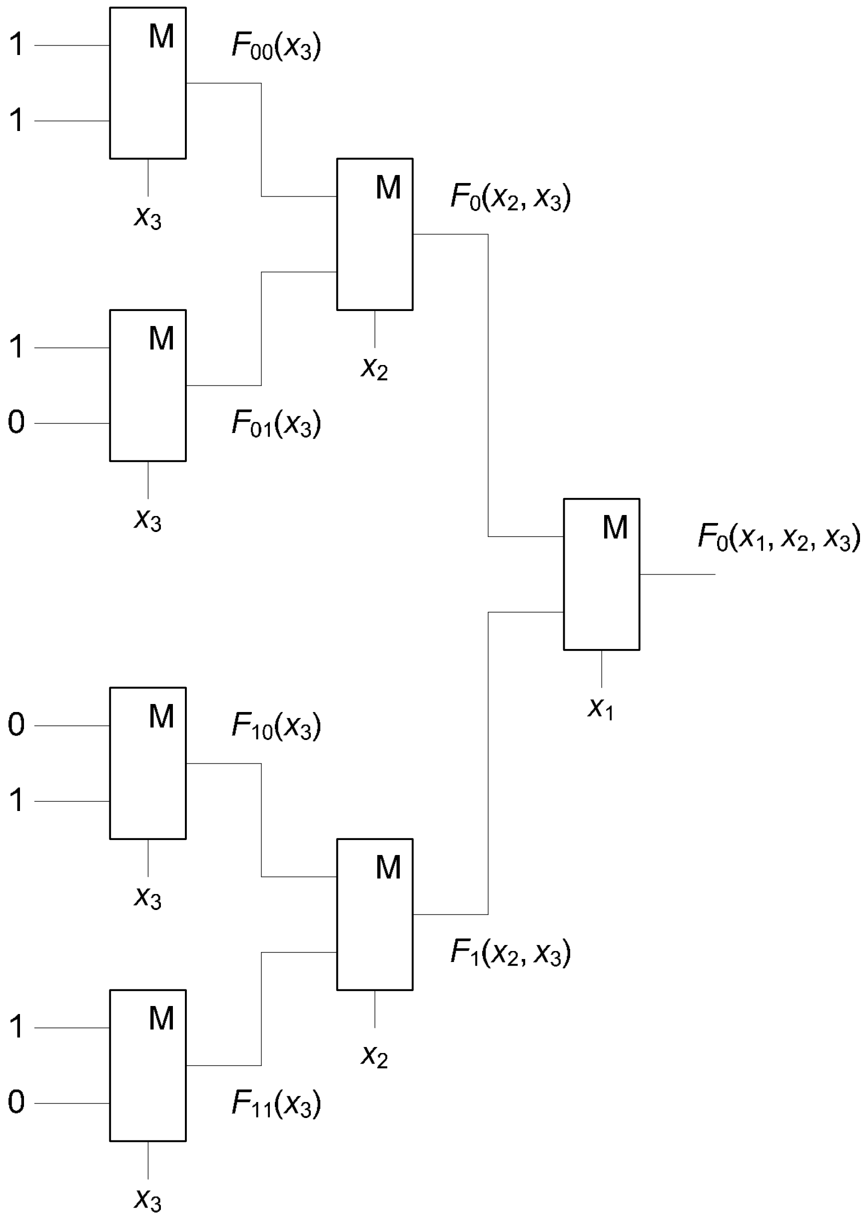

Рис. 2 Структурна схема ЛФ $F(x_1,\ x_2,\ x_3)$

Мультиплексорні логічні базиси

Всі відомі логічні базиси базувались в основному на властивостях функцій 2-х змінних, які вивчені досконально. Для пошуку нових базисів необхідно звернути увагу до функцій 3-х і більше змінних. Із 256 функцій 3-х змінних розглянемо тільки дві:

$F_{53} = (x_1,\ x_2,\ x_3)$ та $F_{202} = (x_1,\ x_2,\ x_3)$.

Перша функція являється комутатором змінних x_2 та x_3, якщо в якості управління використати змінну x_1:

$$F_{53} = (x_1,\ x_2,\ x_3) = \bar{x}_1 x_2 \vee x_1 x_3 = \begin{cases} x_2,\ x_1 = 0 \\ x_3,\ x_1 = 1 \end{cases} \tag{2}$$

Графічно логічний елемент, що відповідає цій функції, зображується так, як на рис. 1 при умові, що сигналом управління являється змінна x_1, а комутуючі функції відповідно такі:

$$\begin{aligned} F_0 &= x_2 \\ F_1 &= x_3 \end{aligned} \tag{3}$$

В такому зображенні елемент представляє елементарний 2-х канальний мультиплексор. Для створення логічного базису необхідно до функції $F_{53} = (x_1,\ x_2,\ x_3)$ додати ще дві функції – константи 0 та 1. Доказ цього факту виконаємо опосередковано шляхом реалізації функцій булівського базису на елементі, що приведений на рис. 1:

а) при $F_0 = x_2$ та $F_1 = 1$ отримаємо диз'юнкцію;

б) при $F_0 = 0$ та $F_1 = x_2$ отримаємо кон'юнкцію;

в) при $F_0 = 1$ та $F_1 = 0$ отримаємо інверсію;

Друга функція $F_{202} = (x_1,\ x_2,\ x_3)$ являється інверсною до розглянутої, тому вимоги щодо створення логічного базису залишаються аналогічними.

Логічний базис, в якому використовується функція $F_{53} = (x_1,\ x_2,\ x_3)$, будемо називати М-базисом. При використанні функції $F_{202} = (x_1,\ x_2,\ x_3)$ логічний базис доцільно називати $\overline{\text{M}}$-базисом.

Використання описаних логічних базисів потребує розробки відповідної алгебри.

Алгебра М-базису

Пропонується ввести формальні операції в М-базисі, які дозволять здійснювати перетворення структурних схем з метою їх мінімізації. Внаслідок того, що елементарний мультиплексор виконує операцію комутації двох каналів залежно від значення змінної управління, будь-яку логічну функцію можливо подати у вигляді деревоподібної структури. Кількість ярусів такої структури залежить від числа змінних ЛФ: скільки змінних – стільки і ярусів. Перевага ярусної структури полягає в тому, що всі бінарні ЛФ мають однакову структуру. Це означає, що при технічній реалізації можна обійтись однотипними мікросхемами. Але чим більше змінних, тим більше ярусів. Зменшити кількість ярусів дозволить введення деяких формальних операцій над мультиплексорами.

Операцію комутації елементарного мультиплексора можна зобразити таким чином:

$$M^2_{x_i}(f_0,\ f_1), \tag{4}$$

де 2 – кількість каналів, що комутує мультиплексор;

x_i – змінна управління;

f_0, f_1 – канальні функції мультиплексора.

В подальшому для елементарного мультиплексора кількість каналів можна не вказувати.

Розглянемо властивості мультиплексорної алгебри, які дозволяють вилучити із структурної схеми деякі двоканальні мультиплексори.

Якщо вираз має вигляд $M_{x_i}(f,\ f)$ то його значення дорівнює f:

$$M_{x_i}(f,\ f) \tag{5}$$

Це означає, що мультиплексор можна вилучити і замість його залишити лінію з функцією f. З цього виразу виникають часткові випадки:

$$M_{x_i}(0,\ 0) = 0,\ M_{x_i}(1,\ 1) = 1,\ M_{x_i}(0,\ 1) = x_i,\ M_{x_i}(1,\ 0) = \overline{x_i}. \tag{6}$$

Перший вираз означає, що при будь-якому значенні змінної x_i на виході мультиплексора буде завжди нульове значення.

Аналогічне тлумачення можна дати і другому виразу – на виході завжди буде значення 1.

Третій вираз означає, що при нульовому значенні x_i на виході мультиплексора також буде значення 0, а при одиничному змінної x_i – значення 1. Тобто вихід повторює значення змінної x_i.

Четвертий вираз означає, що є можливість замінити мультиплексор інверсним сигналом змінної x_i.

Для розглянутого вище прикладу приведемо аналітичні вирази в М-базисі, а потім після їх спрощення побудуємо структурну схему.

$$F(x_1,\ x_2,\ x_3) = M_{x_1}[F_0(x_2,\ x_3),\ F_1(x_2,\ x_3)];$$
$$F_0(x_2,\ x_3) = M_{x_2}[F_{00}(x_3),\ F_{01}(x_3)];$$
$$F_1(x_2,\ x_3) = M_{x_2}[F_{10}(x_3),\ F_{11}(x_3)]; \quad (7)$$
$$F_{00}(x_3) = M_{x_3}[1,\ 1];\ F_{01}(x_3) = M_{x_3}[1,\ 0];$$
$$F_{10}(x_3) = M_{x_3}[0,\ 1]; F_{11}(x_3) = M_{x_3}[1,\ 0].$$

Отриманому виразу відповідає структурна схема (рис. 3)

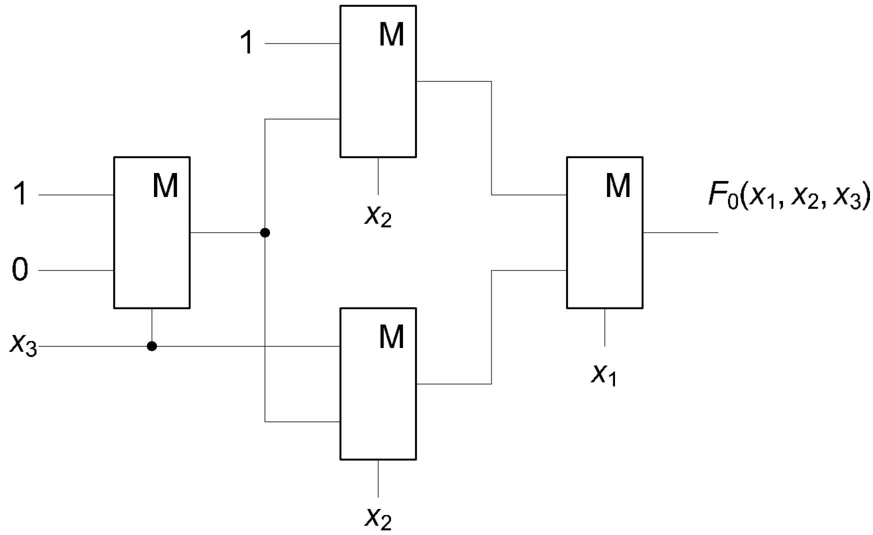

Рис. 3 Структурна схема після мінімізації

Операції над мультиплексорами

Кількість каналів у мультиплексорів може бути різною, але завжди це число кратне 2^n, де n – кількість змінних управління в мультиплексорі. Це означає, що структурні схеми аналогічні наведеній на рис. 2 допускають перетворення. У результаті цього перетворення можна отримати схеми складені з мультиплексорів різної канальності.

Операція з'єднання може бути застосована до мультиплексорів однієї гілки деревоподібної структури. До однієї гілки належать сусідні мультиплексори, які реалізують часткові ЛФ. Кількість таких мультиплексорів $2^k - 1$, де k – кількість ярусів у гілці.

На рис. 2 мультиплексори з номерами 2, 4, 5 утворюють одну гілку, що реалізує функцію $F_0(x_2,\ x_3,\ x_4)$. Другу гілку утворюють мультиплексори з номерами 3, 6, 7. Третю гілку утворюють мультиплексори 1, 2, 3.

Загальне правило операції об'єднання трьох двохканальних мультиплексорів можна сформулювати наступним чином.

Два мультиплексора зі змінною управління x_j, виходи яких являються входами третього мультиплексора з сигналом управління x_i, еквівалентні 4-х канальному мультиплексору з парою сигналів управління $x_i x_j$. Входами 4-х канального мультиплексора являються входи 2-х канальних мультиплексорів у тій же послідовності.

Такому об'єднанню відповідає вираз:

$$M_{x_i}[M_{x_j}(f_0,\ f_1),\ M_{x_j}(f_2,\ f_3)] = M_{x_i x_j}(f_0,\ f_1,\ f_{2,}\ f_3)\,. \quad (9)$$

Для прикладу виконаємо операцію об'єднання для двох гілок схеми, приведеної на рис. 3:

$$F(x_1,\ x_2,\ x_3) = M^4_{x_1x_2}(1,\ \overline{x}_3,\ x_3,\ \overline{x}_3). \qquad (10)$$

В результаті перетворення схема має вигляд (рис. 4)

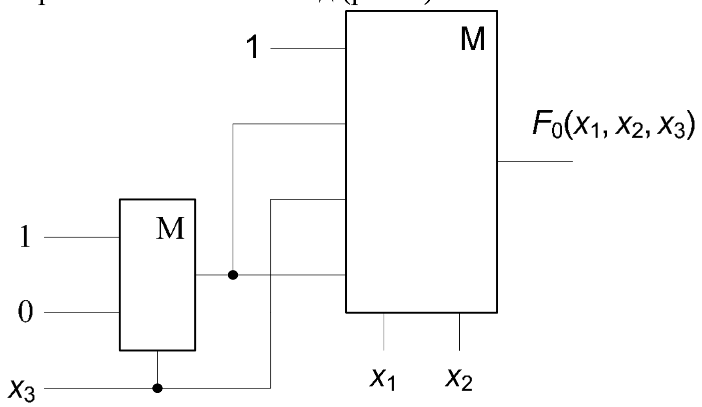

Рис. 4 Структурна схема на 4-х канальному мультиплексорі

Операцію з'єднання можна здійснити і для мультиплексорів, що розташовані на одній гілці деревоподібної структури. При цьому число каналів кінцевого мультиплексор після операції дорівнює 2^k, де k – кількість ярусів. Сигнали управління отримуються шляхом запису на схемі в тій же послідовності: $x_1,\ x_2,\ x_3$. Для розглянутого прикладу схема складається з одного 8-ми канального мультиплексора, аналітичний вираз якої записується так:

$$F(x_1,\ x_2,\ x_3) = M^8_{x_1x_2x_3}(1,\ 1,\ 1,\ 0,\ 0,\ 1,\ 1,\ 0) \ (11)$$

Як видно з приведених схем, існує взаємна однозначність між аналітичним записом та структурною схемою для будь-якої ЛФ.

В деяких випадках можна спростити схему, яка побудована на багатоканальних мультиплексорах. Наприклад, для 4-х канального мультиплексора справедливі такі вирази:

$$\begin{aligned} &M_{x_1x_2}(0,\ 0,\ 0,\ 0) = 0\,, \\ &M_{x_1x_2}(1,\ 1,\ 1,\ 1) = 1\,, \\ &M_{x_1x_2}(0,\ 1,\ 0,\ 1) = x_3\,, \\ &M_{x_1x_2}(1,\ 0,\ 1,\ 0) = \overline{x_3}\,. \end{aligned} \qquad (12)$$

Аналогічні вирази можна отримати і для 8-ми канального мультиплексора:

$$\begin{aligned} &M_{x_1x_2x_3} = (0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0) = 0\,, \\ &M_{x_1x_2x_3} = (1,\ 1,\ 1,\ 1,\ 1,\ 1,\ 1,\ 1) = 1\,, \\ &M_{x_1x_2x_3} = (0,\ 1,\ 0,\ 1,\ 0,\ 1,\ 0,\ 1) = x_4\,, \\ &M_{x_1x_2x_3} = (1,\ 0,\ 1,\ 0,\ 1,\ 0,\ 1,\ 0) = \overline{x_4}\,, \\ &M_{x_1x_2x_3} = (0,\ 0,\ 1,\ 1,\ 0,\ 0,\ 1,\ 1) = x_3\,, \\ &M_{x_1x_2x_3} = (1,\ 1,\ 0,\ 0,\ 1,\ 1,\ 0,\ 0) = \overline{x_3}\,. \end{aligned} \qquad (13)$$

Інверсний М-базис ($\overline{\mathbf{M}}$-базис)

Основним недоліком М-базису являється той факт, що елементи пам'яті – тригери мають складну структуру внаслідок необхідності мати інвертор. Якщо використати ЛФ $F_{202}(x_1,\ x_2,\ x_3)$ в якості основної функції нового базису (разом з константами 0, 1), то можна отримати структурні схеми всіх типів тригерів без додаткових інверторів. Повнота інверсного М-базису також може бути доказана опосередковано.

На рис. 5 приведена схема синхронного тригеру *D*- типу:

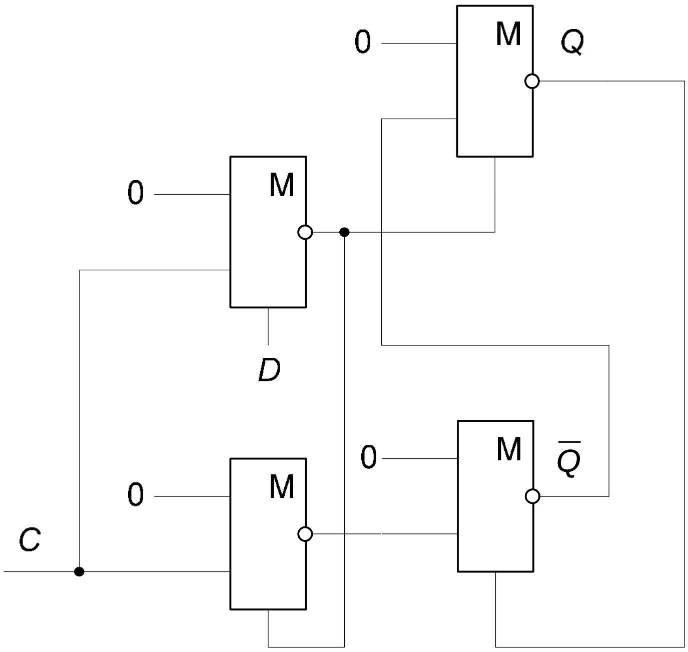

Рис. 5 Структурна схема D- тригера

Схеми тригерів допускають різні варіанти структур. Це можливо тому, що виконуються співвідношення

$$\begin{aligned} \overline{M}_{x_1}(0,\ x_2) &= \overline{M}_{x_2}(0,\ x_1) \\ \overline{M}_{x_1}(x_2,\ 1) &= \overline{M}_{x_2}(x_1,\ 1) \end{aligned} \tag{14}$$

Висновки

Із розглянутого витікає, що мультиплексор являється ще одним універсальним логічним елементом (поряд з елементами Шеффера та Пірса). Використання мультиплексорів в багатьох випадках спрощує процес проектування та побудови складних цифрових схем. Багатоканальність мультиплексорів тільки поліпшує зручність та гнучкість цього процесу.

Література

1. *Потемкин Н.С.* Функциональные узлы цифровой автоматики – М.: Энергоатомиздат, 1988.–с.96-102.

2. *Лобанов Л.П., Яскевич В.О.* Функциональные построения в EMS-базисе // Вісник Державного університету інформаційно-комунікаційних технологій. – 2007. – № 2, том 5 – с. 185-188