

УДК 378

Губаль Г.М.

Луцький національний технічний університет

## **МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА ІНЖЕНЕРІВ У КОМП'ЮТЕРНОМУ МОДЕЛЮВАННІ**

У статті розглядається значення математичної освіти інженерів у комп'ютерному моделюванні. Обґрунтовано важливість комп'ютерного моделювання при дослідженні властивостей реальних об'єктів, предметів і явищ. Показано, що обчислювальний експеримент, який базується на математичних знаннях, являється ефективною технологією наукових досліджень.

Ключові слова: *математична освіта, комп'ютерні технології, комп'ютерне моделювання, обчислювальний експеримент, система комп'ютерної математики.*

З появою і розвитком комп'ютерів з'явився термін "комп'ютерне моделювання", який являється майже синонімом терміну "математичне моделювання". Дійсно, більшість математичних моделей потребує проведення розрахунків на комп'ютері або, як часто кажуть, комп'ютерних експериментів. З іншого боку, будь-які обчислення можливі тільки на основі деякої математичної моделі. Існує багато загального між проведенням природного і комп'ютерного експерименту.

Комп'ютерне моделювання незамінне у тих випадках, коли фізичний експеримент неможливий, тому що він або заборонений (наприклад, при вивченні здоров'я людини), або надто небезпечний (наприклад, при вивченні екологічних явищ), або просто нездійсненний (наприклад, при вивченні астрофізичних явищ, глибинних властивостей Землі). Наприклад, відомі результати комп'ютерного моделювання явища "ядерної зими". Ці результати дали людству, в тому числі політикам, аргументи проти ядерної війни, навіть так званої "обмеженої ядерної війни".

Математичне моделювання являє собою один із основних методів пізнання, є формою відображення дійсності і полягає у виявленні або відтворенні тих або інших властивостей реальних об'єктів, предметів або явищ, і відіграє ключову роль у аналізі важливих проблем, що стоять перед людством.

Обчислювальний експеримент проводиться над математичною моделлю фізичного явища, але при цьому по одних параметрах моделі обчислюються інші параметри і робляться висновки про властивості фізичного явища, яке вивчається. Мета обчислювального експерименту – побудова з необхідною точністю за допомогою комп'ютерів адекватного кількісного опису фізичного явища, що вивчається. На відміну від фізичних експериментальних установок обчислювальний експеримент дозволяє накопичувати результати, одержані при дослідженні якого-небудь круга задач, а потім швидко і гнучко застосовувати їх до розв'язування задач у зовсім інших областях.

Наприклад, телеграфні рівняння – один із представників диференціальних рівнянь з частинними похідними – застосовні для опису не тільки хвильових процесів, але й процесів поширення електричних коливань у проводах, малих поперечних коливань струн у середовищі з опором і ін. Змінюється тільки фізичний зміст величин, що входять в ці рівняння. Таким чином, обчислювальний експеримент, дає можливість аналізувати нелінійні явища у фізиці, хімії, біології, технічних науках, соціології та інших науках. А це, в свою чергу, породжує нові ідеї, теорії, методи, розвиває міждисциплінарні підходи.

Сутність комп'ютерного моделювання полягає в одержанні кількісних і якісних результатів за наявною моделлю. Якісні висновки, що одержуються в результаті аналізу, дозволяють виявити невідомі раніше властивості об'єкта, що вивчається: його структуру, динаміку розвитку, стійкість, цілісність та інші. Кількісні висновки в основному носять характер прогнозу деяких майбутніх або пояснення минулих значень змінних, що характеризують дану модель.

Комп'ютерні технології дають можливість доповнювати традиційні геометричні і механічні моделі динамічними кольоровими анімаціями з музичним і мовним супроводом, комбінувати аналітичні, геометричні і комп'ютерні методи розв'язку задач.

Сучасні комп'ютерні технології, які включають ряд універсальних систем комп'ютерної математики, такі як Mathematica, Maple, MATLAB, Mathcad, Derive, що реалізують різноманітні числові методи, виконують аналітичні математичні перетворення і мають власні мови

програмування, дозволяють одержувати тривимірні моделі з довільним необхідним ступенем умовності і наочності, забезпечують високий ступінь реалістичності зображення (вписування об'єкта в середовище, надання йому різних матеріалів, освітлення, демонстрування об'єкта в динаміці), що на стадії прийняття рішень дозволяє з великою достовірністю проаналізувати властивості об'єкта, що досліджується [1-12].

Математичне моделювання базується на математичних дисциплінах. Метою викладання математики майбутнім інженерам являється ознайомлення їх із основними математичними поняттями і методами, без яких неможливе оволодіння як загальноосвітніми (фізикою, механікою, хімією, інформатикою і ін.), так і спеціальними дисциплінами, а також підготовка до використання математичних методів для розв'язку і аналізу різноманітних задач, створення математичних моделей, пов'язаних із спеціальністю. Програми з математики для інженерних спеціальностей містять елементи лінійної та векторної алгебри, аналітичної геометрії, диференціального та інтегрального числення, теорії диференціальних рівнянь, рядів, числового аналізу; теорії ймовірностей та математичної статистики. За деякими спеціальностями в програми (або спецкурси) включаються також рівняння математичної фізики, елементи теорії поля, основи теорії функцій комплексної змінної, теорія аналітичних функцій, операційне числення, тензори, варіаційне числення, інтегральні рівняння, випадкові процеси, математичне програмування. Вказані розділи математики являються фундаментом інженерної освіти.

Вони можуть бути доповнені деякими новими областями математичних знань, які проникли в інженерні науки порівняно недавно. Це, наприклад, розгалужені інтеграли, гладкі багатовиди і спостережувані, фрактальна геометрія та ін. Фрактали – геометричні об'єкти (лінії, поверхні та просторові тіла), яким властивий особливий характер однорідності та самоподібності. Ці об'єкти використовуються в теорії турбулентності та броунівського руху, фізиці конденсованого стану, утворення кластерів та руйнування твердих тіл, процеси в блискавці і т.п. Фрактали стали ефективним засобом стискання інформації в комп'ютерних науках.

Застосування систем комп'ютерної математики дає можливість менше часу виділяти, наприклад, методам обчислення границь, похідних, інтегралів і ін., а більше уваги звертати на фізичний, геометричний зміст операцій граничного переходу, диференціювання, інтегрування і ін. При обчисленні, наприклад, інтегралів за допомогою систем комп'ютерної математики студенти повинні володіти елементарними методами їх обчислення "вручну", щоб хоча б зрозуміти ті результати, які їм видає комп'ютер.

Глибокі знання математики необхідні в інженерних розрахунках, дослідженнях.

Сучасна наука, як сфера діяльності, направлена на одержання нових знань, що реалізуються за допомогою наукових досліджень, неможлива без комп'ютерного моделювання. Метою наукових досліджень є вивчення певних властивостей об'єкта (процесу, явища) і на цій основі розробка теорії або одержання необхідних для практики узагальнених висновків. Фундаментальні наукові дослідження пов'язані з вивченням нових явищ і законів природи, зі створенням нових принципів досліджень (фізика, математика, біологія, хімія і т.д.). Прикладні наукові дослідження – це знаходження способів використання законів природи і наукових знань, одержаних у фундаментальних наукових дослідженнях, в практичній діяльності людини. Розробки – це процес створення нової техніки, систем, матеріалів і технологій, що включає підготовку документів для впровадження в практику результатів прикладних наукових досліджень. Цілі наукових досліджень реалізуються через методи (емпіричні, експериментальні, теоретичні), як способи досягнення цілі, програми побудови і застосування теорії. У наукових дослідженнях використовуються методи комп'ютерного моделювання, методи аналізу і синтезу, логічні побудови (припущення, розумові висновки), аналогії, ідеалізації [13-15].

У науково-технічній творчості використовуються як названі загальнонаукові методи, так і евристичні прийоми ефективного розв'язування творчих задач, що сприяють найшвидшому знаходженню розв'язку, тобто різного роду оригінальні винахідництва.

Проведення досліджень визначається специфікою об'єкта, що вивчається. По характеру взаємодії засобів експерименту з об'єктом розрізняють звичайні і модельні експериментальні дослідження. В першому, взаємодія безпосередньо на об'єкт, у другому – на модель, що його заміняє.

Метод моделювання об'єктів і процесів є основним в науковому експерименті.

Розрізняють фізичне, аналогове, математичне моделювання. Фізичне моделювання виконується на спеціальних установках. При цьому комп'ютерні технології використовуються для управління процесом експерименту, збору реєстраційних даних і їх обробка. Для аналогового

моделювання використовуються аналогові обчислювальні машини, що дозволяє створювати та досліджувати моделі – аналоги, які можуть описуватись однаковими диференціальними рівняннями з процесом, що досліджується.

Математичне моделювання, в широкому змісті, включає дослідження не тільки за допомогою чисто математичних моделей. Тут використовуються також інформаційні, логічні, імітаційні та інші моделі і їх комбінації. У цьому випадку математична модель являє собою алгоритм, що включає визначення залежності між характеристиками, параметрами і критеріями розрахунку, умови здійснення процесу функціонування системи і т.д. Дана структура може стати моделлю явища, якщо вона з достатнім ступенем точності відображає його фізичну суть, правильно описує співвідношення властивостей і підтверджується результатами перевірки.

Комп'ютерне моделювання знаходить широке застосування в причинно-наслідкових обернених задачах, роль яких у природничих науках та їх застосуваннях у даний час в усьому світі добре усвідомлена [16, 17]. Як відомо, обернені задачі не являються коректними. В обернених задачах, як правило, відсутня неперервна залежність від вихідних даних на відміну від прямих задач. Оскільки вхідною інформацією в обернених задачах являються експериментальні дані, що визначаються з деякою похибкою, яку не завжди можна оцінити, то розв'язок оберненої задачі зі спотвореними вхідними даними може сильно відрізнятись від точного розв'язку (порушуються природні причинно-наслідкові зв'язки). Відмічена некоректність в одних випадках може бути подолана досить просто, в інших взагалі потребує переосмислення поняття самого розв'язку. Причинно-наслідкові обернені задачі, для розв'язку яких застосовуються математичні моделі, як правило, дуже індивідуальні. При їх розв'язуванні практично неможливо скористатись готовими програмними пакетами. Процедура розв'язування таких задач, що перебувають у перетворенні причинно-наслідкових зв'язків, пов'язана з подоланням певних математичних труднощів. Успіх її дуже залежить як від якості і кількості одержаної з експерименту інформації, так і від способу її обробки. Розв'язування обернених задач проводиться, як правило, в рамках деякої математичної моделі досліджуваного об'єкту. При цьому, дослідженню оберненої задачі передують дослідження властивостей самої прямої задачі. Все більша частина математичних моделей набуває чіткості і достовірності завдяки досягненням теорії обернених задач. Так, з її допомогою досягнутий вагомий прогрес у комп'ютерній томографії, що здійснило революцію в медичній діагностиці, електронній мікроскопії біологічних макромолекул, вірусології, діагностиці плазми та ін.

Обчислювальні методи розв'язування обернених задач потребують особливого підходу, оскільки розв'язки некоректно поставлених задач зазвичай мають погану стійкість по відношенню до даних, невеликі помилки у вимірюваннях можуть привести до великих відхилень у розв'язку. Тому необхідно будувати такі алгоритми розв'язування задачі (регуляризуючі алгоритми), які дозволяли б будувати стійкі наближення до шуканого розв'язку за мірою покращення точності вимірювань. Конструкція і апробація обчислювальних алгоритмів знаходження наближених розв'язків модельних обернених задач припускає наявність додаткової інформації про розв'язок прямої задачі, що задовольняє конкретним вимогам (гладкості, узгодженості і ін.). Якщо вдасться побудувати розв'язок прямої задачі, то додаткова інформація по суті справи і впливає безпосередньо з даного розв'язку.

Застосуванням математичних моделей і комп'ютерної техніки реалізується один з найбільш ефективних методів наукових досліджень – обчислюваний експеримент, який дозволяє вивчати поведінку складних систем, які трудно фізично змоделювати. Часто це пов'язано з великою складністю і вартістю об'єктів, а в деяких випадках неможливістю відтворення в реальних умовах. Для математичного моделювання доцільно використовувати програмні системи, розроблені з використанням останніх досягнень математики і програмування, можливості сучасних програмних систем: в частині машинної графіки, кольорової динаміки, мультиплікації і т.п., забезпечуючи достатню наочність результатів.

Найбільш широке застосування комп'ютерні технології знаходять, наприклад, для :

- логічного, функціонального і структурного моделювання електронних схем;
- моделювання і синтезу систем автоматичного управління;
- моделювання механічних і теплових режимів конструкцій, механіки газів і рідин.

При цьому використовуються як функціонально-орієнтовні програмні системи, так і програмні системи універсального застосування.

Інформація наукових досліджень достатньо часто представляється в табличній формі. Обробка такої інформації ефективно виконується з використанням табличного процесора Excel. Електронні таблиці застосовуються на всіх етапах виконання наукового дослідження, але

найбільш доцільне їх використання при виконанні математичних розрахунків, математичному моделюванні, числовому експерименті і обробці даних. Виконання математичних розрахунків в електронних таблицях базується на можливості зв'язування числових значень кліток за допомогою математичних операторів і вбудованих функцій. Excel дає можливість працювати з математичними, статистичними, логічними, інформаційними та іншими категоріями функції. В частині розрахунків Excel дозволяє виконувати:

- реалізацію числових методів розв'язування диференціальних рівнянь, алгебраїчних рівнянь і їх систем;
- обробку векторних та матричних масивів інформації;
- оптимізаційні розрахунки, включаючи методи математичного програмування (лінійне і т.д.);
- операції з комплексними числами.

При цьому розрахунки зводяться до обчислення проміжних результатів у відповідних колонках таблиць.

Моделювання і числовий експеримент в електронних таблицях базуються на можливості автоматичного перерахунку результатів і їх зв'язаному графічному відображенні.

Комп'ютер з універсальними математичними системами забезпечує майбутньому інженеру маневреність, динамічність, мобільність пошуку розв'язку поставленої перед ним задачі. При проведенні обчислювального експерименту інженер може за допомогою інтерфейсу користувача експериментувати на моделі, ставити питання, що його цікавлять, і одержувати відповіді. Таким чином, інженер одержує потужний інструмент для аналізу і прогнозу поведінки складних нелінійних багатопараметричних об'єктів і явищ, вивчення яких традиційними методами ускладнене або взагалі неможливе.

Усвідомлене використання різноманітних пакетів, бібліотек програм майбутніми інженерами для розв'язування складних великих задач суттєво ґрунтоване на знанні математики, розумінні алгоритмів, способів зберігання і оперування даними.

1. Семененко М.Г. Математическое моделирование в Mathcad. – М., 2003.
2. Очков В.Ф. Mathcad 8 Pro для студентов и инженеров. – М.: Компьютер Пресс, 1999.
3. Плис А.И., Сливина Н.А. Mathcad: математический практикум для экономистов и инженеров. – М.: Финансы и статистика, 1999.
4. Аладьев В., Шишаков М. Автоматизированное рабочее место математика. – М.: Лаборатория базовых знаний, 2000.
5. Потемкин В.Г. Вычисления в среде MATLAB. – М., 2004.
6. Половко А.М. Derive для студента. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005.
7. Половко А.М., Бутусов П.Н. MATLAB для студента. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005.
8. Половко А.М., Ганичев И.В. Mathcad для студента. – СПб.: БХВ-Петербург, 2006.
9. Половко А.М. Mathematica для студента. – СПб.: БХВ-Петербург, 2007.
10. Иглин С. Математические расчеты на базе MATLAB. – СПб.: БХВ-Петербург, 2007.
11. Чарльз Генри Эдвардс, Дэвид Э. Пенни. Дифференциальные уравнения и краевые задачи: моделирование и вычисление с помощью Mathematica, Maple и MATLAB. – К.: Диалектика, 2007.
12. Леоненков А. Нечеткое моделирование в средах MATLAB и fuzzyTECH. – СПб.: БХВ-Петербург, 2010.
13. Основы научных исследований: Учеб. для техн. вузов / В.И. Крутов и др. – М.: Высш. шк., 1989.
14. Поспелов Г.С. Искусственный интеллект – основа новой информационной технологии. – М.: Наука, 1988.
15. Румшицкий Л.З. Математическая обработка результатов эксперимента. – М.: Наука, 1971.
16. Денисов А.М. Введение в теорию обратных задач. – М., 1994.
17. Самарский А.А., Вабишевич П.Н. Численные методы решения обратных задач математической физики. – М., 2004.