

УДК 514.18

В.І.Черняк

Національний університет водного господарства і природокористування

ВИЗНАЧЕННЯ ОБЛАСТІ МОЖЛИВИХ ПОЛОЖЕНЬ ТОЧКИ ПЕРЕТИНУ ПЛОСКИХ ОПУКЛИХ ДИСКРЕТНО ПРЕДСТАВЛЕНИХ КРИВИХ

В статті розроблено метод визначення геометричної області можливих положень неосцилюючої точки перетину плоских опуклих дискретно представлених кривих.

Постановка проблеми. Задача знаходження точки перетину плоских опуклих ДПК є доволі розповсюдженою, але вона може розв'язуватись кількома способами. Перший – знаходження точок перетину кривих як точок перетину ланок цих кривих. Другий – просте загушення точок кривих до необхідної точності. І тоді задача знаходження точок перетину кривих знову зводиться до перетину двох відрізків – ланок ДПК. Третій спосіб полягає у визначенні спочатку області можливих положень точки перетину кривих, виходячи з умови відсутності осциляції точки перетину за знаком кривини для обох ДПК. Цей спосіб дозволяє, по-перше, визначити спочатку, чи перетинаються ці криві взагалі. По-друге – вибирати довільно точку перетину всередині області можливих положень, виходячи з будь-яких додаткових вимог, а потім вже згущувати криві, підганяючи їх під задану точку перетину.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Задача визначення точки перетину плоских ДПК в дискретній геометрії ставилась в праці [1]. Але в цій роботі не враховувалась можливість згущення ДПК, тобто точки перетину кривих g_1 і g_2 (рис. 1) визначались як точки перетину відповідних ланок при умові, що точки перетину знаходяться всередині ланок (рис. 1).

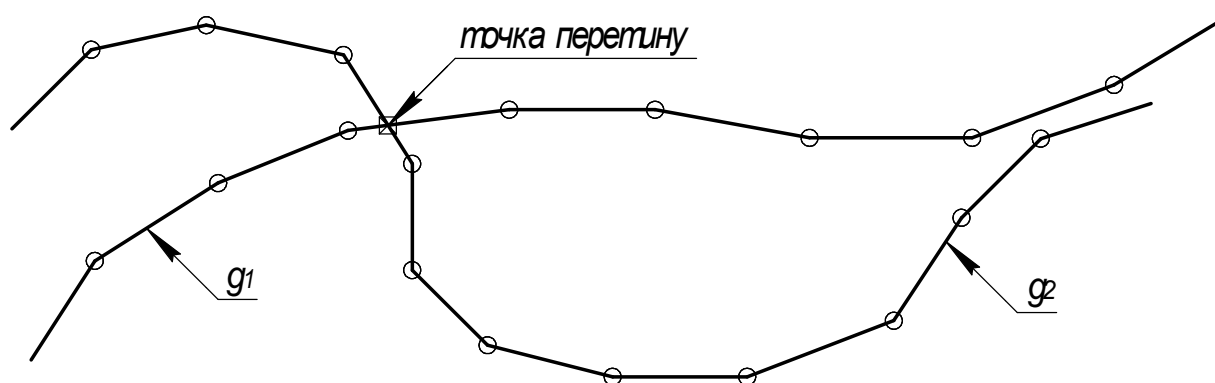


Рис. 1. До визначення точки перетину двох ДПК

Також існують дослідження щодо визначення точки перетину ДПК і прямої лінії у точковому численні [2] при умові, що пряма перетинає ДПК – на рис. 2 показано перетин ділянки ДПК $A_1A_2A_3A_4$ та відрізка прямої B_1B_2 .

Відрізок перетинає ДПК в точці, розташованій на ланці A_2A_3 , в якій є супровідний трикутник $A_2A_3M_{23}$. Поступовим загушенням цієї ланки ДПК знаходять точку перетину ДПК та відрізка. Але в праці [2] не передбачено випадок, коли відрізок не перетинає ДПК, але наближається дуже близько до однієї з ланок кривої – на рис. 3 відрізок B_1B_2 знаходиться відносно близько ланки A_2A_3 ДПК. При загущенні цієї ланки точкою K_{23} з використанням відомих методів (наприклад, метод монотонної зміни кривини, метод з використанням точкового числення та інші) стає очевидним перетин відрізка прямої з кривою в двох точках – на рис. 3 це точки C_1 і C_2 .

Тому при визначенні точок перетину дискретно представлених кривих необхідно попередньо визначити область можливих положень таких точок.

Формулювання цілей статті. Розробити алгоритм визначення області можливих положень точки перетину плоских опуклих ДПК виходячи з умови відсутності її осциляції за знаком кривини.

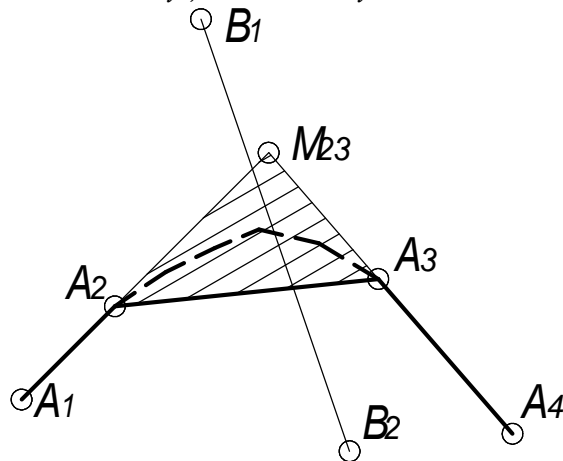


Рис. 2. Перший варіант перетину прямої та ДПК

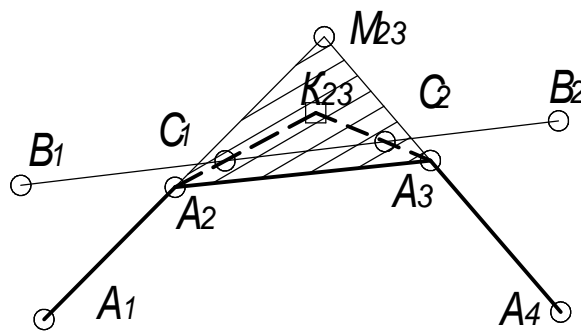


Рис. 3. Другий варіант перетину прямої та ДПК

Основна частина. Як відомо, геометричною областю можливих положень точки згущення плоскої опуклої ДПК є супровідний трикутник [3]. Отже, задача визначення області можливих положень точки перетину кривих зводиться до визначення області перетину двох трикутників. Ця область буде опуклим багатокутником, який має не більше *шести* вершин [4, с. 332].

Нехай дано дві плоскі опуклі ділянки ДПК: $A_1A_2A_3A_4$ та $B_1B_2B_3B_4$. Необхідно визначити область перетину супровідних трикутників A_2A_3K і B_2B_3M відповідних ділянок A_2A_3 і B_2B_3 .

Можливе сім варіантів перетину трикутників.

1. Трикутники не перетинаються – відповідно ДПК також не перетинаються.
2. Трикутники перетинаються в точці (точка M на рис.4, а).
3. Трикутники перетинаються по відрізку (відрізок KM на рис.4, б).
4. Трикутники перетинаються по трикутнику (трикутник C_1C_2M на на рис.4, в).
5. Трикутники перетинаються по чотирикутнику (чотирикутник C_1C_2MK на на рис.4, г).
6. Трикутники перетинаються по п'ятикутнику (п'ятикутник $C_1C_2C_3C_4K$ на на рис.4, д).
7. Трикутники перетинаються по шестикутнику (шестикутник $C_1C_2C_3C_4C_5C_6$ на на рис.4, е).

Другий і третій теоретично можливі тільки при умові не згущення сусідніх ланок ДПК (A_1A_2 , A_3A_4 , B_1B_2 , і B_3B_4). В протилежному випадку точка перетину автоматично стає осцилюючою.

Алгоритм визначення області перетину опуклих багатокутників (зокрема, трикутників) описаний в праці [4, с. 332-338].

При визначенні областей можливих положень точок перетину плоских опуклих ДПК супровідні трикутники ланок одної ДПК по чергові перевіряються на перетин з супровідними трикутниками іншої ДПК.

Висновки. В роботі описано області можливих положень точок перетину плоских опуклих ДПК. Подальші дослідження необхідно спрямувати на уточнення області можливих положень при введенні додаткових умов.

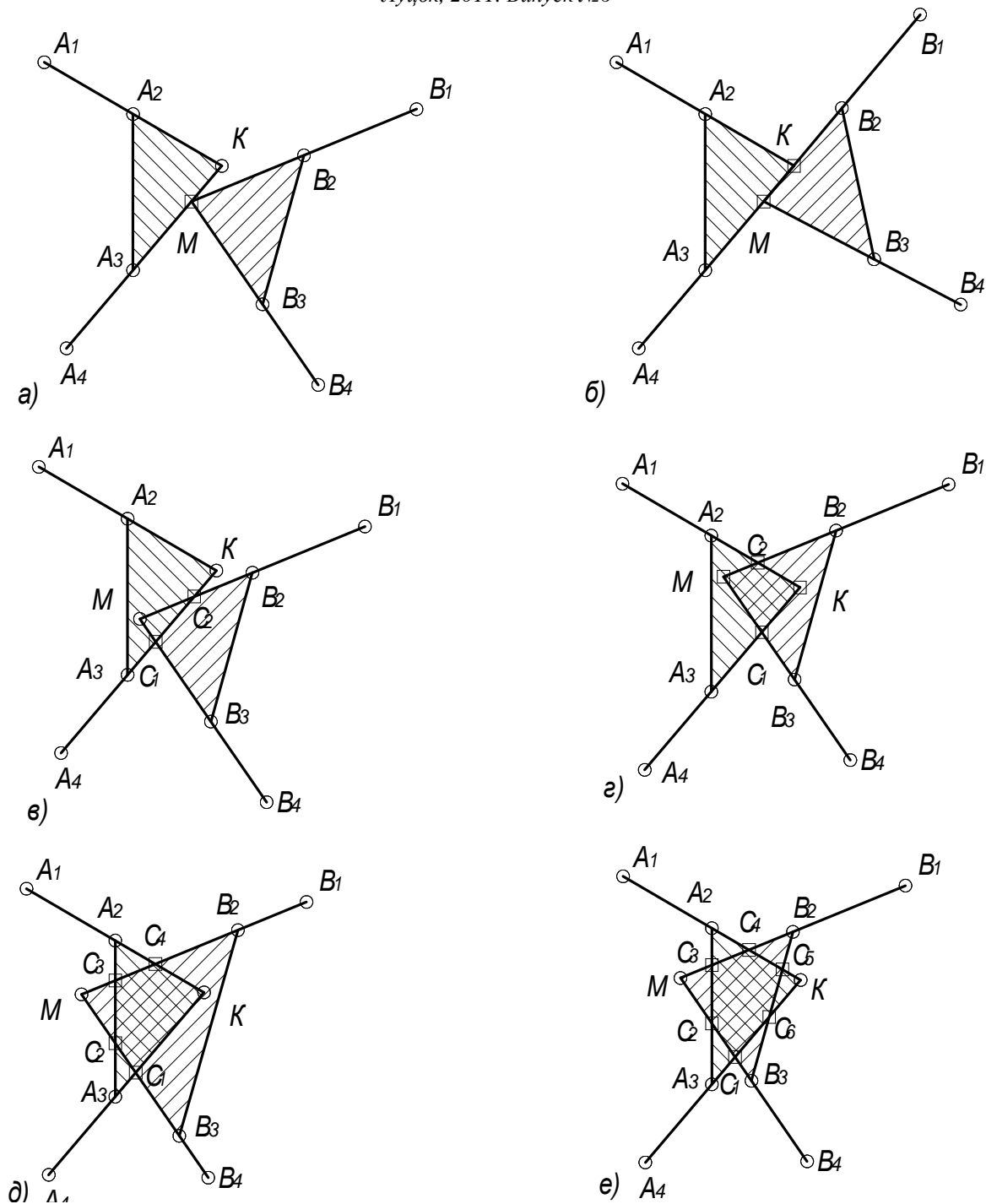


Рис. 4. Области возможных положений точки пересечения плоских опуклых ДПК

1. Кусебаев У.К. Решение позиционных задач при дискретном представлении геометрических образов/ У.К. Кусебаев, В.Е. Михайленко// Прикл. геом. та инж. графика : межвед. науч.-техн. сб. – К. : КИСИ, 1989. – Вып. 48. – С. 3–6.
2. Бездінний А.О. Знаходження точки перетину ДПК та прямої лінії у точковому численні / А.О. Бездінний // Праці ТДАТУ – Вип. 4, т. 49. – Мелітополь: ТДАТУ, 2011. – С. 135 – 138.
3. Балюба І.Г. Плоска опукла дискретно представлена крива в багато параметричному просторі на основі три векторного числення / І.Г. Балюба, В.М.Верещага, А.В. Найдиш // Геометричне та комп'ютерне моделювання. Харківський держ. університет харчування і торгівлі. – Харків, 2009. – Вип. 25. – С. 3–8.
4. Препарата Ф. Вычислительная геометрия / Ф. Препарата, М. Шеймос – М.: Мир,1989. - 478 с.