

УДК 514.181:514.182

В.В.Попов, В.П.Бондаренко

Дніпропетровський національний університет імені Олеся Гончара

## **ДЕКОМПОНУВАННЯ ТА КОНКАТЕНАЦІЯ ЯК СКЛАДНИКИ УЗАГАЛЬНЕНОГО РОЗВ'ЯЗУВАЛЬНОГО ПРОЦЕСУ ДЛЯ ПОЗИЦІЙНИХ ЗАДАЧ НАРИСНОЇ ГЕОМЕТРІЇ**

*У даній статті розглядається метод за якого набуття розв'язку будь-якої позиційної задачі є проектною діяльністю з залученням традиційної ієрархії рівнів проектування. Важливим етапом проектування є аналіз умови задачі та конкретно процеси декомпонування та конкатенації, що відповідає класичним нисхідному та висхідному проектуванню.*

**Постановка проблеми.** Важливим для отримання розв'язку позиційних задач нарисної геометрії є комплексний підхід до розв'язування. Що до специфіки задач нарисної геометрії, то слід зазначити, що для таких задач характерна певна сукупність даних які подаються за замовчанням ( тобто апріорно), які відіграють важливу роль у моделюванні розв'язування. Тому важливу роль у даному методі відіграє аналіз умови задачі, і як ключові складові цього аналізу, процеси декомпонування та конкатенації. Після цього розглядається проектування розв'язувального процесу, як багатетапний, ієрархічний процес поступових наближень.

**Аналіз відомих досліджень.** Якщо розглянути підручники та задачники з нарисної геометрії [1,2,3], то можна побачити, що у більшості випадків до розв'язування задач підходять не системно, часто не пояснюючи причин обрання конкретного варіанту розв'язку, наводячи лише готову послідовність побудов. Часто це лише заплутує того, хто намагається навчитися розв'язувати ці специфічні задачі. Також у підручниках не надається системологія задачних систем нарисної геометрії.

**Постановка завдання.** Надання комплексного методу, який базується на багаторівневому проектуванні розв'язувального процесу з застосуванням декомпонування та конкатенації, як складових поглибленого аналізу умови задачі.

**Основна частина.** Розв'язування у нарисній геометрії слід розглядати як інформаційний технологічний процес, результатом якого є певний комплект технічних документів зумовленої номенклатури, наприклад, схема програми (алгоритм розв'язку). Сам інформаційний технологічний процес складається із двох послідовних етапів:

1. Проектування розв'язувального процесу - інтелектуальна діяльність;
2. Реалізація розв'язувального процесу - процес матеріального характеру.

Слід зауважити дуже важливі моменти:

1. Підсумком будь-якого проектування є опис об'єкта проектування у заздалегідь визначеній формі ;
2. Проектування - прогностична діяльність, тому можливе хибне проектування.

Проектування розв'язувального процесу складається з відповідних етапів:

1. Аналіз умови задачі:

- 1.1 Зазначення умови задачі:

У даному розділі подається вербальна та графічна частини умови. Після чого зазначається вичерпне класифікування задачі (наприклад: дидактична якісна позиційна задача, яка має вербальну і графічну умови, методологія якої не обмежена, узагальнений тримісний предикат ( операція перетин)).

Наступним кроком є подання аналізу вихідної системи геометричних об'єктів. З урахуванням усіх вище наведених міркувань стає можливим остаточне формулювання задачі. Провідний принцип – максимально точно і вичерпно подати умову задачі, тобто зазначається, які саме проєкції мають бути побудовані, які геометричні об'єкти перетинаються і їхній просторовий стан, та у якому квадранті/октанті відбувається перетин. Для систем геометричних об'єктів обов'язково слід запроваджувати позначки їхніх елементів з запровадженням, якщо треба системи подвійних або навіть потрійних індексів.

- 1.2 Декомпонування і конкатенація висхідної системи геометричних об'єктів:

Первинні задачі нарисної геометрії надані для многовидів ( евклідового простору ) .

Натомість системи геометричних об'єктів, наприклад дидактичних задач, є суттєво більш складними або складеними геометричними об'єктами. Відповідно до цього аби за розв'язувального процесу застосовувати розв'язки первинних задач (бо нічого іншого в нарисній геометрії немає), треба висхідні системи геометричних об'єктів декомпонувати, тобто розкласти (аналіз) на складові. Цей процес триває доти, доки ми не отримаємо системи многовидів. Щодо системи многовидів, які отримані за декомпонування, застосовують первинні задачі нарисної геометрії, отримуючи нові многовиди. Надалі, якщо шуканий розв'язок не є безпосередньо многовидом вдаємося до протилежної дії конкатенації, тобто синтезу з отриманих многовидів геометричного об'єкту, що є шуканим розв'язком. Як декомпонування (більшою мірою), так і конкатенація здійснюється багатоетапно. Кількість етапів декомпонування визначається складністю висхідної системи, кількість етапів конкатенації визначається складністю шуканого розв'язку. Відповідно до цього, для задач аналізу застосовують декомпонування, а для задач синтезу – конкатенацію. В практиці проектування розв'язувального процесу декомпонування і конкатенацію доречно подавати графом, побудованим на 3-вимірному масиві класифікаційних ознак геометричних об'єктів. Для цього графа застосовуються наступні 3 класифікаційні ознаки геометричних об'єктів: просторова вимірність(0,1,2,3), лінійність (лінійність та нелінійність), обмеженість (обмеженість та необмеженість). Для побудови графа на цьому масиві останній треба розгорнути у штучний 2-вимірний масив(матрицю декомпонування та конкатенації). З урахуванням цього за декомпонування і конкатенації ми маємо наступну розгортку 3-вимірного масива (Таблиця 1):

Таблиця 1

Декомпонування та конкатенація

Вимірність	Обмеженість	Лінійні	Не лінійність
3	О		
	Н		
2	О		
	Н		
1	О		
	Н		
0			

Для кожної задачі потрібно робити повне декомпонування і вже за його підсумками обирати оптимальний спосіб розв'язування задачі. Також треба зауважити, що за виконання декомпонування та конкатенації ми отримуємо граф, який ми накладемо на матрицю декомпонування та конкатенації.

2.Проектування розв'язувального процесу:

2.1 Генерування ідей розв'язування задач :

Цьому процесу відповідає надзвичайно напружена інтелектуальна, інтуїтивна діяльність проектувальника. У якості проектних документів доречно визнати вичерпний перелік варіантів розв'язувального процесу. Вичерпним цей перелік варіантів є лише суб'єктивно – лише за уявлення проектувальника. Формулювання варіантів подається мовою загального спілкування з застосуванням потрібної термінології нарисної геометрії.

2.2 Проектування розв'язувального процесу на рівні методів:

На цьому рівні обирається і обґрунтовується методи розв'язування задачі. Подається повна класифікаційна характеристика обраного методу( методів), порядок застосування обраних методів. Вочевидь змістом цієї стадії є добір найраціональніших методів розв'язування задач. Важливо зазначити, що усе розмаїття методів нарисної геометрії фактично обмежується двома угрупованнями: метод посередників і метод трансформування взаємного стану об'єкту зображення та системи площин зображень.

2.3 Проектування розв'язувального процесу на рівні елементарних задач нарисної геометрії:

На даному етапі ми подаємо символічний опис належної впорядкованості стандартних задач нарисної геометрії у формі відповідних формул.

2.4 Проектування розв'язувального процесу на рівні окремих геометричних об'єктів:

Ця стадія, так само як і попередні, реалізується перш за все в уяві проектувальника, а надалі відбивається графом Розв'язувального процесу. Вершини графу – геометричні об'єкти, дуга – стосунки між геометричними об'єктами. Відповідно до цього переважна більшість вершин, що відповідають висхідним даним геометричних об'єктів являють собою одномісні предикати. Пара вершин, сполучена дугою – двомісний предикат, що відбиває стосунки між геометричними об'єктами. Певна кількість вершин, що відповідають проміжним геометричним об'єктам є тримісними предикатами, що обов'язково зазначається у цій вершині. Статус цього проектного документа відповідає вимогам ЄСКД – рисунок (фігура).

2.5 Проектування розв'язувального процесу на рівні графічних зображень окремих геометричних об'єктів з застосуванням стандартних геометричних побудов, як елементів розв'язувального процесу:

Це перший етап проектування, який здійснюється безпосередньо на площинах зображень. Відповідно до цього увесь подальший розгляд має відповідати планіметрії. Саме тому у межах планіметрії ми повинні набути, за вже знайомою методологією унормований комплекс геометричних побудов, які ми надалі називатимемо елементарними. Елементарні геометричні побудови мають визначати конкретні алгоритми дій кресляра за генерування ним на носії певних зображень. Таким чином об'єктами на цьому рівні є проекції, сліди реальних об'єктів. Відповідно до цього комплекс елементарних геометричних побудов не стосується нарисної геометрії, а повністю визначається планіметрією.

За побудови комплексу геометричних побудов доречно виокремити лінійні геометричні побудови, елементами яких є два многовиди: точка і пряма. Вочевидь розташування елементарних геометричних побудов за зростанням складності набуває наступного вигляду:

- 1) Провести довільну пряму через надану точку;
- 2) Провести пряму через дві надані точки;
- 3) Провести промінь з наданої точки;
- 4) Провести відтинок.

У якості проектного документа на цьому рівні доречно застосовувати графічні програмні документи – схеми алгоритмів програм даних систем. Усе, що стосується цих схем унормовується стандартом Единой Системы Программной Документации (ЕСПД) – ГОСТ 19.701-91 «ЕСПД. Схеми алгоритмов, программ данных и систем. Основные обозначения и правила выполнения». За цим стандартом найбільш придатним для нас є схема програм (змінні програм – елементи зображень геометричних об'єктів, а саме проекції, сліди тощо).

### 3. Реалізація розв'язувального процесу:

Нааявність усіх вищезазначених проектних документів ще не надає розв'язку задач нарисної геометрії. Саме тому після проектування розв'язувального процесу передбачається його реалізація. Реалізація РП подається у графічній формі епюром, що у межах ЄСКД, подається як один з видів графічних конструкторських документів – «Теоретичне креслення» (див. ГОСТ 2.102-75 ЄСКД «Виды конструкторских документов», а також ГОСТ 2.109-86 ЄСКД «Правила выполнения чертежей изделий»). Розв'язувальний процес реалізується за програмою, яка була отримана за проектування.

#### Приклад 1. Перетнути багатогранник (призму) площиною $P$ (Рис.1).

Ми маємо дидактичну якісну задачу, яка має вербальну і графічну умови, методологія якої не обмежена, узагальнений тримісний предикат (операція перетин), позиційна задача. Аналізуємо висхідну систему геометричних об'єктів. На горизонтальній проекції уся нижня основа лежить під площиною  $P$ , а на фронтальній проекції верх основи безумовно лежить над площиною. Звідси випливає, що площина  $P$  перетинає призму суворо в межах її бічної поверхні. Шуканий розв'язок являє собою плаский чотиристоронник загального стану. Задачний об'єкт – система геометрично змістовних об'єктів: площина загального стану, тіло: чотиригранна, похила призма загального стану, але нижня основа приналежить горизонтальній площині. З урахуванням усіх вищенаведених міркувань остаточне формулювання задачі має бути таким: побудувати фронтальну і горизонтальну проекції перетину, який являє собою перетин чотиригранної призми загального стану з площиною загального стану, якщо цей перетин відбувається у I квадранті.

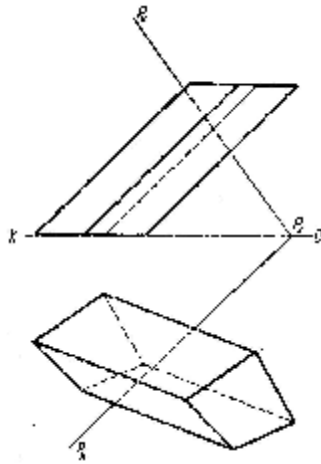


Рис. 1. Умова задачі

Надалі переходимо до декомпонування та конкатенації:

Таблиця 2

Граф декомпонування та конкатенації

Вимірність	Обмеженість	Лінійні	Не лінійність
3	O	$\text{ПРИЗМА}_1$	
	H	$\text{ПОВЕРХНЯ} = P + \text{ПРИЗМА}_1$	
2	O	$\text{ПОВЕРХНЯ}$	$Q_{12}, Q_{23}, Q_{34}, Q_{14}$
	H	$P$	$Q_{41}, Q_{34}, Q_{23}, Q_{12}$
1	O		
	H	$K_{12} = P \cap Q^{12}$	$K_{23}, K_{34}, K_{41}$
0			

де

- СГО - Висхідна система геометрично змістовних об'єктів;
- P – площина загального стану;
- ПРИЗМА – чотиригранне призматичне тіло;
- ПРИЗМА 1 – внутрішня частина призми, відкритий інтервал призми;
- ПОВЕРХНЯ - межа (призми) – призматична поверхня;
- $Q_{i,i+1}$  – бічні грані;

$Q^{i,i+1}$  - носій  $Q_{i,i+1}$  ;

$K_{i,i+1}$  - прямі перетину  $P$  з  $Q^{i,i+1}$  ;

ПЕРЕРІЗ – перетин  $P$  і  $Q^{i,i+1}$  .

Зеленим кольором на графі позначені висхідні геометричні об'єкти, а червоним кольором – шуканий розв'язок задачі.

Далі переходимо до проектування розв'язувального процесу. Даний розв'язувальний процес являє собою чотирикратне розв'язання стандартних задач – тримісний  $K=P$  перетинає  $Q$  (тобто побудова зображень прямої перетину двох площин загального стану) й надалі добір області обмеженої усіма чотирма прямими. Відповідно до цього першим етапом розв'язувального процесу є проектування на рівні стандартних задач нарисної геометрії:

$$ПЕРЕРІЗ = 4 * (P \cap Q^{i,i+1}),$$

формула, що є проектним документом для проектування на рівні стандартних задач.

Надалі працюємо на рівні елементарних геометричних побудов, тобто працюємо з проєкціями, слідами на технічному кресленні. Результатом проектування на даному рівні має стати програмовий документ, який містить дії для побудови даного перерізу. Структура цього алгоритму циклічна, чотирикратне повторення одних і тих же дій. Надалі будуюмо креслення.

**Висновок.** Започатковано системологію задачних систем нарисної геометрії, що базується на поданні розв'язувального процесу узагальненої задачної системи як об'єкта інформаційного проектування з залученням достеменно розроблених та опрацьованих методології та технології інформаційного проектування. Виокремлено та докладно розглянуто надзвичайно важливі для задачних систем нарисної геометрії процеси декомпонування вихідного геометричного об'єкта та конкатенації її шуканого розв'язку. Запропоновано відповідний повний комплект проектних документів, що базується на унормованих(навіть застандартизованих) видах технічних документів. Описаний у цій статті метод дозволяє дослідити будь-яку задачу з максимальною ретельністю, цей підхід базується на поєднанні творчих пошуків найбільш оптимального розв'язку задачі з постійним прискіпливим аналізом кожного етапу розв'язувального процесу. Цей метод допомагає краще зрозуміти задачі нарисної геометрії. Він дисциплінує розум у даному напрямі, формує і перевіряє базу знань з даного предмету, що і є, в кінці кінців, головною метою задач нарисної геометрії.

1. Романычева Э.Т. Инженерная и компьютерная графика. 2-е издание, переработ. / Романычева Э.Т., Соколова Т.Ю., Шандурина Г.Ф.-К.: ДМК Пресс, Москва, 2001.-592 с.
2. Арустамов Х.А. Сборник задач по начертательной геометрии с решениями типовых задач/ Арустамов Х.А.-К.:Москва, «Машиностроение»,1978.-445 с.
3. Фролов С.А. Начертательная геометрия / Фролов С.А.- К.:Москва, «Машиностроение»,1983.- 240 с.