

УДК 515.075

Є.П. Гордєєва

Луцький національний технічний університет

ГЕОМЕТРИЧНА МОДЕЛЬ СТРУКТУРИ КВАЗІКРИСТАЛІВ

Розглядається проблема, що виникла у вчених при пошуку математичної моделі структури відкритих квазікристалів.

Постановка проблеми. Відкриття на рубежі ХХІ ст. квазікристалів¹ в галузі фізики і хімії твердого тіла з'явилося великим тріумфом світової науки з обґрунтуванням структури природних і синтетичних речовин на основі геометрії додекадрально-ікосаедральної теорії з наявністю «золотої» пропорції і симетрії 5-го і вищого ступенів.

Аналіз останніх досліджень. Ізраїльським вченим Д.Шехтманом (Лауреатом Нобелівської премії 2011р.) були отримані зображення речовин невідомої геометричної структури (1984р.).

Структура мала спектр геометричних візерунків з визначеним розташуванням фігур, що було подібним відомої мозаїки Р.Пенроуза.

Для теоретичного обґрунтування форми росту квазікристала вчені звернули увагу на математичне відкриття англійського математика Р.Пенроуза (1973р.), який займався проблемою ідеального заповнення площини багатокутниками, тобто побутовою мозаїкою за обраним і обґрунтованим набором ромбовидних фігур двох типів: один з них з гострими кутами 36° і тупим -144° (а), а інший – 72° .

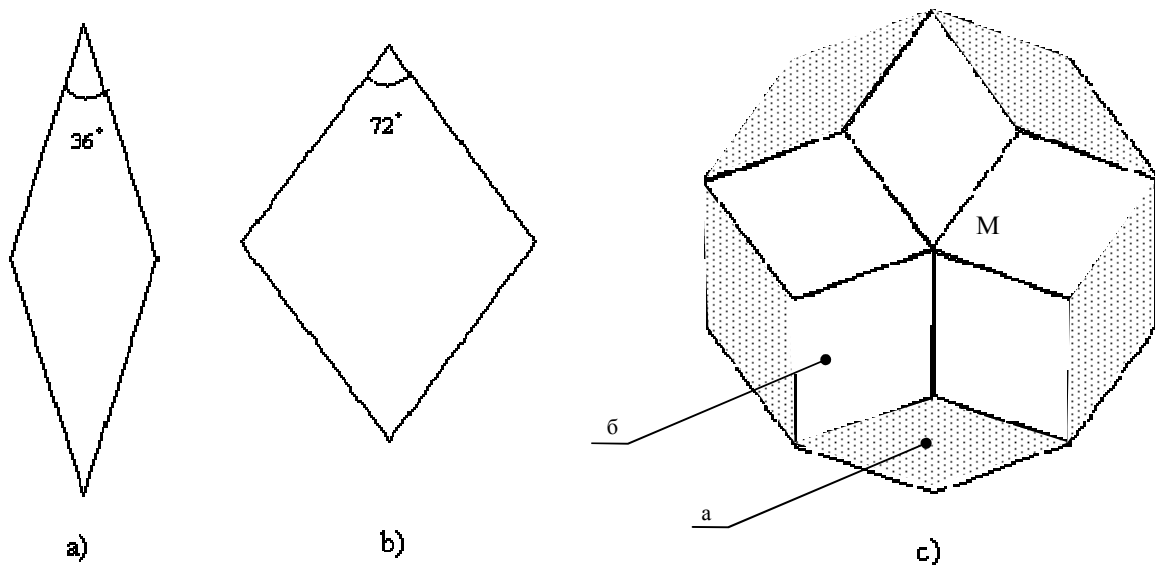


Рис. 1

1) квазі (лат. quasi) – якби.

На рис.1-с ромби а і б при окремому суміщенні один з одним не утворюють паралелограм. Початок побудови мозаїки починається з розташуванням в точці М вершин п'яти ромбів б. При цьому отримується п'ятиконічна зірка. Якщо до зірки додати п'ять ромбів типу а, тоді утворюється декагоал – правильний десятикутник. В мозаїці можна виділити багато багато правильних десятикутників, які мають однакову орієнтацію (рис. 2). Вони і утворюють визначений порядок – квазіперіодичний.

Отже, Мозаїка Пенроуза уявляє собою структури, що складена з багатокутних плиток у вигляді двох ромбів (а і б рис.1), якими можна замостити велику площину без прогалів і перекриттів. Мозаїку можна нескінченно розстілати в ширину і довжину. На рис.2 наведено зображення такої мозаїки, в якій не має структур, що повторюються. Мозаїка Пенроуза володіє поворотною симетрією 5-го ступеня. При обертанні на кут 72° вона переходить сама в себе.

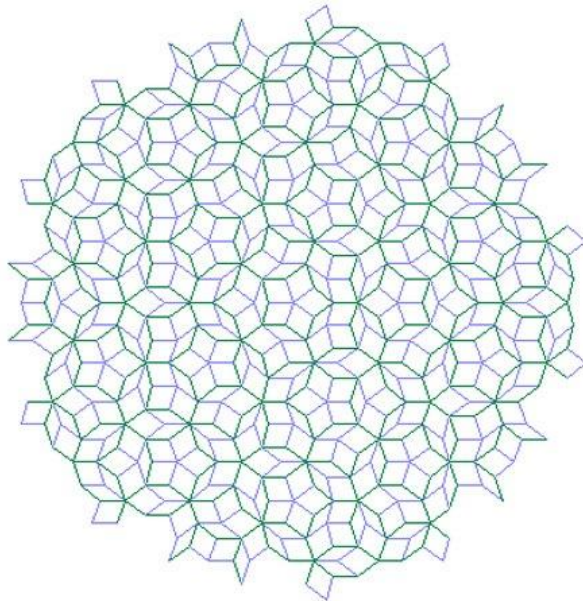
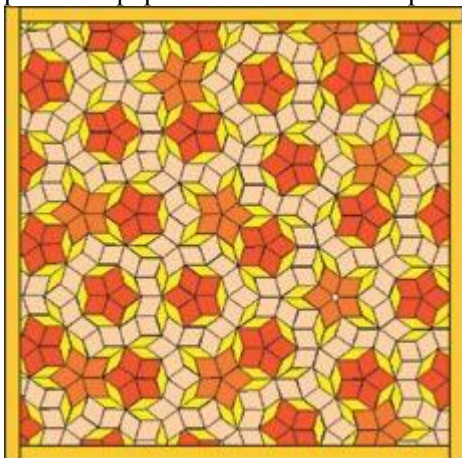


Рис. 2.

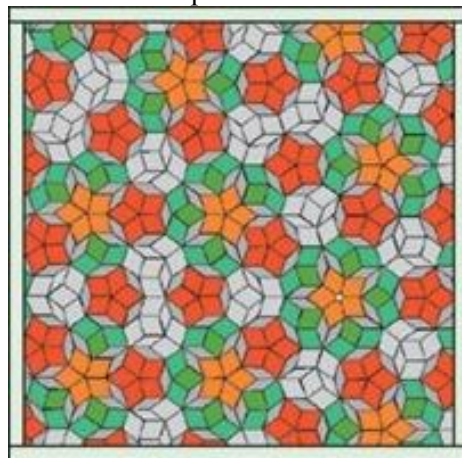
Мозаїка виглядає так, якби вона є деяким ритмічним орнаментом, володіючим трансляційною симетрією [1], і на мозаїці можна обрати визначений фрагмент та копіювати його на площині, потім сумістити копії одну з однією паралельним перенесенням без повороту і зміни розмірів.

Але в мозаїках Пенроуза, як було відмічено, не має таких структур, що повторюються, так як на його візерунках не має періодичного розташування геометричних плиток (багатогранників). Ця мозаїка аперіодична, але не хаотична.

На рис. 3 – а, б наведено два варіанти мозаїки, але структура їх одна і таж. У випадку кольорового оформлення визначених ромбів можна отримати багато варіантів мозаїки.



а



б

Рис.3.

На зображені структури віруса (а) і математичних решіток Пенроуза (б) – рис.4 очевидна загальність формуючих структуру фігур – ромбів.

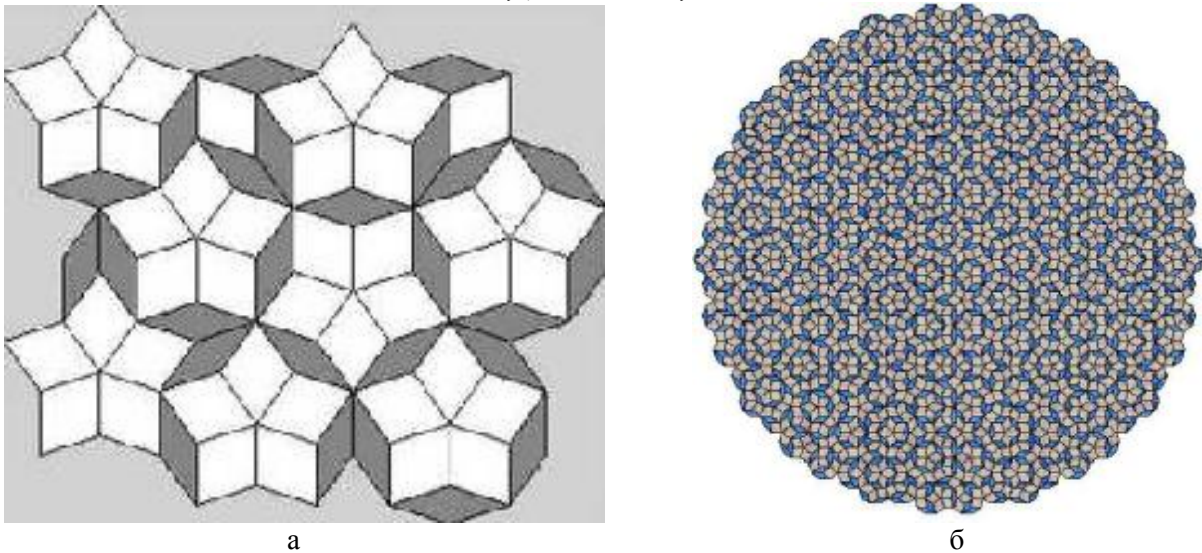


Рис.4

Звернемо увагу на математичне обґрунтування вибору геометричних фігур – ромбів на основі геометрії пентаграми (рис. 5). Пентаграма має ряд характерних трикутників, які за геометричним аналізом є «золотими».

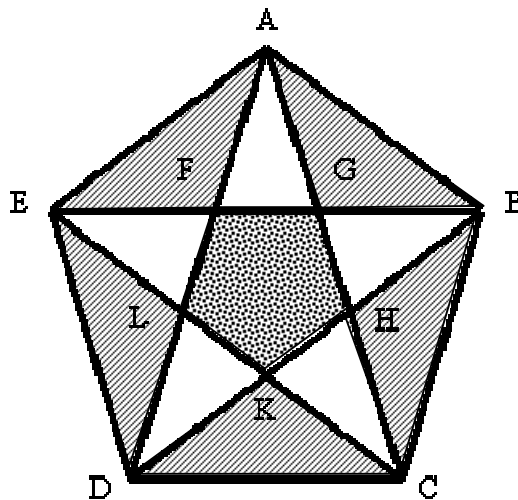


Рис. 5.

При вершинах А, В, С, D, Е кути «білих» трикутників рівні 36° , а при вершинах L, F, G, H, К – тупі кути заштрихованих трикутників мають 108° . в $\Delta ВКЕ$ гострі кути 36° , а тупі – 108° . За правилом відношень $\Delta ВКЕ$ є «золотим». Суміщенням основ двох «білих» трикутників утворюється вузький «золотий ромб» (а) – рис. 1, а суміщенням також основ двох заштрихованих трикутників отримується широкий «золотий ромб» (б) – рис. 1.

В нескінченній мозаїці Пенроуза «золоті ромби» розташовані без сурової періодичності. Однак відношення широких «золотих ромбів» до числа вузьких «золотих ромбів» дорівнює золотому числу

$$D = \frac{(1 + \sqrt{5})}{2} = 1,6180339$$

Число D – іраціональне, тоді в мозаїках Пенроуза неможливо виділити елементарну чарунку з цілим числом ромбів кожного виду, трансляцією якої можна б було і отримати усю мозаїку.

Для нескінченної цієї мозаїки необхідно додержуватися до визначених правил, які суттєво відрізняються від одноманітного повторення однакових елементарних чарунок, які складають кристал.

Модель структури мозаїк Пенроуза добре описує деякі основні властивості квазікристала, але вона недостатньо пояснює реальні процеси його атомного росту. Цей процес носить не

локальний характер при утворенні структури. Ідеальні збігання теоретичного вибору мозаїки як моделі структури квазікристала винятково наближені.

Якщо в мозаїках замінити вузлові точки атомами, тоді вона буде аналогом двохмірного квазікристала, тобто буде мати багато властивостей, що характерні до такого стану речовини.

Коли ромби в мозаїці зі сторонами, паралельними будь-якому обраному напрямку, розфарбувати однаково, тоді вони утворюють серію ломаних ліній з п'яти сімейств, що перетинаються під кутом 72° . напрям цих ліній відповідає сторонам правильного п'ятикутника – це симетрія 5-го ступеня, якою володіє і квазікристал.

Підкреслимо, що подібні мозаїки були визначені в ісламській архітектурі мечетей Азії. Візерунки цих мозаїк складені з визначених геометричних фігур (багатокутників), що утворюють особливу структуру, яка заповнює площину (поверхню) і не повторюється. Ці фігури називають гірхами (вузл). Для їх збірки застосовують плитки п'яти видів: 10 і 5 кутні «ромби» і «бабочки». Схематично утворення мозаїки зображено на рис. 6.

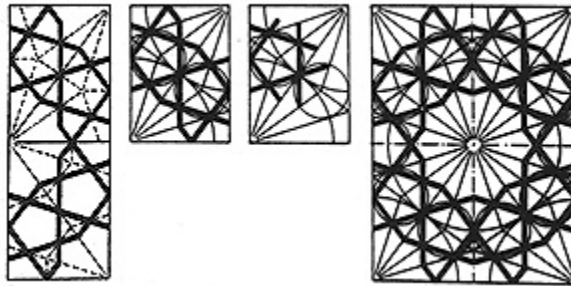


Рис.6.

Фігури в цих мозаїках прилягають одна до одної без вільного простору. Мозаїки володіють одночасно обертальною і трансляційною симетріями, але вони мали тільки обертальну симетрію 5-го ступеня.

Приклад давньої мозаїки зображений на рис. 7 з невидимими контурами кількох фігур.

Ці мозаїки середньовіччя і називають решітками Пенроуза і приймають їх форми як модель структури квазікристалів.

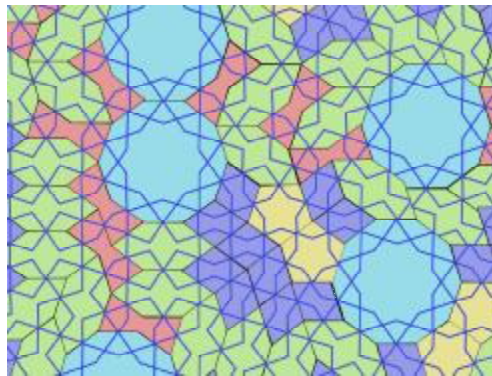


Рис. 7.

Зразком майже ідеальної квазікристалічної структури винахідники визначили мозаїку мечеті Імама Дарб-и в Ісфахані (Іран) 1453р.

Висновок. Таким чином геометрична ідея Пенроуза за замощенням площин трансформована на трьохмірний простір, в якому роль ромбів Пенроуза грають ікосаедри і додекаедри, які володіють симетрією 5-го, 7-го, 8-го, 10-го та вище ступенів, що визначено вченими в структурах квазікристалів.

1. Гордєєва Є.П., Величко В.Л. Багатогранники (правильні, напівправильні та зірчасті). Частина I. – Луцьк. 2007.
2. Пенроуз Р. Новый ум короля. – Мысль, 2003.