УДК 004.42(07)
ББК 32.973.01я7
Х 93

Н.А.Христинець, В.Д.Рудь
Луцький національний технічний університет

Стохастичні методи моделювання процесів вібраційного змішування у сипких середовищах

Описано варіанти побудови стохастичних моделей змішування сипких тіл у процесі вібрації. Розглянуто основні фактори та параметри, що впливають на процес розділення .

Постановка проблеми

Процеси змішування сипких порошкоподібних матеріалів широко поширені в різних галузях промисловості. Від якості одержуваних сумішей, головним чином, від їх однорідності безпосередньо залежать споживчі властивості виготовлених з них виробів.

Складність, а в багатьох випадках і невизначеність фізико-механічних властивостей сипких матеріалів призвели до того, що повні строгі рівняння їх руху, на зразок рівнянь руху рідини і газу, до теперішнього часу не сформульовані, принаймні, в такому вигляді, який вважався б загальновизнаним. Тому експериментальне дослідження промислових машин і апаратів з їх переробки в багатьох випадках залишається єдиною надійною основою методів їх розрахунку і проектування. Однак навіть незначні конструктивні зміни в дослідженому апараті з очікуваною метою підвищення його експлуатаційних характеристик вимагають повторення всього обсягу експериментальних досліджень. Крім того, вони призводять до додаткових витрат коштів і часу, що в багатьох випадках неприйнятно для виробництв. Значну допомогу в подоланні цього протиріччя можуть надати математичні моделі процесів за участю сипких середовищ.

Вступ

Процеси сегрегації сипких матеріалів відносяться до механічних процесів хімічної технології, швидкість яких визначається законами фізики твердих тіл. В області дослідження теорії та практики поведінки сипких тіл найповніше завершення отримала лише теорія статики сипкого середовища, а теорія динаміки такого середовища до цих пір не має закінченого узагальнення. Тому для розробки і впровадження процесів, заснованих на сегрегації часток дисперсного середовища під впливом вібрації, першорядні інтереси представляють теоретичні дослідження закономірностей поведінки часток дисперсного середовища під впливом вібрації.

Важливою умовою визначення оптимального режиму отримання сумішей із порошкових матеріалів є опис даного процесу математичними методами. Існують кілька напрямків моделювання. Ці напрямки мають різні відправні моменти, але в основі їх виявляються концепції, пов'язані з фізичною сутністю процесу змішування. Справедливо буде відзначити, що в основі моделей лежить припущення ідеального змішування. Відсутність достатньо чітких уявлень про складні фізичні процеси сегрегації приводять до формування наближених динамічних моделей змішувальних систем. До таких моделей можна віднести ті, які описуються диференціальними рівняннями. Усі фактори, що впливають на процес розділення часток середовища, відобразити в математичній моделі процесу неможливо, тому зазвичай акцентують увагу на тих факторах,які впливають найбільш суттєво. Ще однією важливою функцією математичної моделі даного процесу є те, що вона повинна бути не лише описовою, а й прогнозуючою.

Деякі принципи моделювання процесу змішування порошкових сумішей

Процес вібраційного змішування залежить від характеру споживання і перерозподілення механічної енергії, що передається від робочої віброактивної поверхні до порошкової суміші.

Невід'ємними ланками, що враховуються в моделюванні процесу, є фізико-механічні, конструктивно-технологічні та режимні параметри. Множина фізико-механічних параметрів, що задаються, виходячи з технологічних міркувань, представляють фізико-механічну модель. Взаємозв'язок множини конструктивно-технологічних і режимних параметрів процесу представляються моделлю механічної взаємодії робочих органів з оброблюваним матеріалом. Крім того, процес вібраційного формування є динамічним процесом і залежить від часу. Частинки в суміші можуть відрізнятися розмірами, щільністю, формою, оптичними та іншими властивостями. Найбільш простою для аналізу є бінарна суміш, яка складається з частинок тільки двох сортів, наприклад частинок двох різних розмірів.

Необхідність більш детального дослідження процесу, враховуючи відсутність аналітичних розв'язків, призводить до залучення чисельних методів. Серед них, на наш погляд, найбільш наочним з точки зору складань рівнянь балансу є осередкові методи і моделі, засновані на теорії ланцюгів Маркова, причому, якщо мова йде про потоки маси, то моделі називаються осередковими, а якщо про потоки ймовірності, то ланцюговими.

Як критерій неоднорідності суміші в основному використовують середньоквадратичне відхилення відносного вмісту ключового компонента в окремих локальних об'ємах усього об'єму суміші від середнього [1]:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{1}^{N}(c_j - \langle c \rangle)^2}, \quad (1)$$

де cj - його відносний вміст у j-му об'ємі. При повністю однорідній за виділеними локальними об'ємами суміші всі cj = 1 / N і $\sigma = 0$.

Змістом процесу є міграція частинок в змішувачі. В якості першого наближення припустимо, що визначальним є рух частинок уздовж однієї осі, а їх змішування в площині, перпендикулярній до осі, відбувається набагато швидше, ніж уздовж неї. Модель процесу стає одномірною, а її властивістю є належність частки до кінцевого або нескінченно малого інтервалу ейлерової координати. Як варіант побудови математичної моделі змішування, пропонують вважати цей інтервал кінцевим з умовним розбиттям змішувача вздовж визначальної осі на m осередків (рис.1).

Не маючи інших відомостей про розподіл часток всередині локальних об'ємів, будемо вважати цей розподіл рівномірним (комірки ідеального змішування). Узята навмання з спостерігаючої порції частка може належати до однієї з m осередків, причому ймовірність того, що вона належить до хоча б однієї з комірок, дорівнює одиниці. Вірогідність же належати до конкретних осередків в загальному випадку різні і змінюються з часом.

Оскільки в процесі бере участь велика кількість частинок, то відповідна ймовірність дорівнює частці частинок, що належать осередку, а якщо осередки символізують просторові інтервали, то, по суті, - їх відносної концентрації в комірці.

Таким чином, частка може перебувати в одній з m осередків, тобто властивість приналежності є дискретна величина. Весь набір цих дискретних величин утворює модель можливих станів системи.

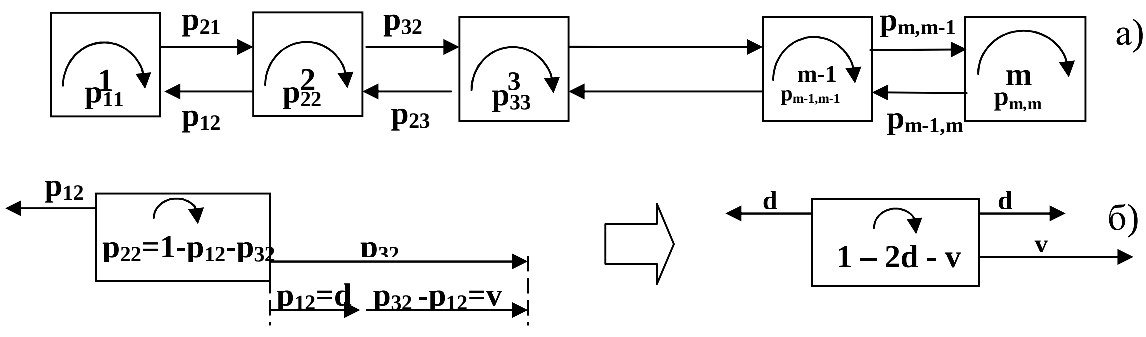

Рис.1. Графічне представлення одномірного ланцюга Маркова (а) і виділення диффузійної і конвективної складової перехідних ймовірностей

Таким чином, для побудови ланцюгової моделі розподілу часток вище зазначеним методом, необхідними параметрами є відносна концентрація часток в обємі, середньоквадратичне відхилення вмісту ключового компонента і час процесу змішування.

Розглянемо ще один підхід опису поведінки системи (суміші порошків, що знаходяться в циліндричному контейнері - змішувачі) імовірнісними методами. В загальному вигляді його можна подати, застосовуючи при певних припущеннях диференціальні рівняння Колмогорова. А саме, досліджуючи деякі дискретні стани системи (S1,S2,…Sn) враховують, що трансформація системи з одного стану в інший може бути реалізована в будь-який час і представляємо pi(t) як імовірність того, що в проміжок часу t система S буде знаходитися у стані Si (i=1,…,n). Таким чином, так як для будь-якого моменту часу t сума ймовірностей стану рівна 1 :

$$\sum_{i=1}^{n} \mathrm{p_i(t)} = 1 ,$$

то здійснивши відносно t невеликий приріст Δt і застосувавши правило суми ймовірностей, матимемо:

$$p_1(t+\Delta t) = p_1(t)\cdot(1 - l_{12}\Delta t) + p_3(t) + l_{31}\Delta t$$

Спрямувавши Δt до нуля, перейдемо до границі

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\mathrm{p}_1(t+\Delta t) - p_1(t)}{\Delta t} = \frac{dp_1(t)}{dt} = -l_{12} p_1(t) + l_{31} p_3(t)$$

та отримаємо диф. рівняння, яке повинно задовольняти функція p1(t). Якщо з самого початку в якості дослідження покласти чотири дискретні стани системи S1,S2,S3,S4 , то для інших ймовірностей p2(t), p3(t), p4(t) отримаємо диференціальні рівняння :

$$\begin{cases} \dfrac{dp_1(t)}{dt} = -l_{12} p_1(t) + l_{31} p_3(t); \\ \dfrac{dp_2(t)}{dt} = -l_{23} p_2(t) - l_{24} p_2(t) + l_{12} p_1(t) + l_{42} p_4(t); \\ \dfrac{dp_3(t)}{dt} = -l_{31} p_3(t) - l_{34} p_3(t) - l_{23} p_2(t); \\ \dfrac{dp_4(t)}{dt} = -l_{42} p_1(t) + l_{24} p_4(t) + l_{34} p_3(t). \end{cases}$$

Дані рівняння описують ймовірнісний стан системи, а інтегрування цієї системи дає шукані ймовірності стану як функції часу.

Отже, для побудови моделі імовірності розподілу часток сипкого середовища методом диференціальних рівнянь Колмогорова, необхідними даними є час трансформації системи з одного дискретного стану в інший.

Висновки

Описані варіанти побудови моделей змішування сипких сумішей є стохастичними і дозволять наближено змоделювати процес сегрегації порошкових сумішей. Поєднавши в майбутньому дані принципи моделювання з іншими істотньо різними допущеннями і передумовами, буде спрогнозована поведінка часток в процесі вібраційного змішування.

Література

1. Баранцева Е.А. Кинетика формирования дисперсных смесей с малым содержанием ключевого компонента/ Е.А. Баранцева, В.Е. Мизонов / Сборник научных трудов 13-ой Международной Плесской конференции по нанодисперсным магнитным жидкостям. Плес. – 2008. – 9-12 сент. – С.400-404.
2. Механічні та комп'ютерні моделі консолідації гранульованих середовищ на основі порошків металів і кераміки при деформуванні та спіканні: монографія / М.Б.Штерн, В.Д.Рудь / за ред.академіка НАН України В.В. Скорохода. – Київ –Луцьк : РВВ ЛНТУ, 2010. – 232 с..
3. Металлические порошки и порошковые материалы: Справочник./ Б.Н. Бабич и др.; под. ред. Ю.В. Левинского. – М.: Экомет, 2005. – 520с.: ил.