

УДК 004.42(07)

Н.А. Христинець, В.Д. Рудь, Колядинський М.І.

Луцький національний технічний університет

Модель поведінки часток сипкого середовища під дією вібраційної сегрегації

Описано принципи поведінки сипких тіл у процесі вібраційної сегрегації. Розглянуто деякі закономірності поведінки часток в залежності від їх фізичних властивостей та параметрів вібрації.

Постановка проблеми

Одним із завдань порошкової металургії є виготовлення багат шарових структур. Реалізація цього завдання можлива методом пошарового формування, методом сегрегації та ін. Перспективним, на наш погляд, є метод вібраційного формування. Новизною наукового дослідження є моделювання задачі теорії вібраційного формування не лише при збудженні коливаль по осях, а й з накладанням крутильних переміщень, що значно прискорює процес вібраційного формування матеріалу.

Метою роботи є аналіз досліджень процесу зміни структури порошкового середовища при дії вібрації та створення математичної моделі з урахуванням різних фізико-хімічних властивостей компонентів суміші.

Вступ

За допомогою вібрації у різноманітних технологічних процесах розв'язуються багато задач: очищення сировини від присипів, фракціонування, сортування. Причинами розділення частинок по висоті об'єму можуть бути їх відмінності у розмірах, по формі, щільності, пружності, феромагнітних властивостях та ін. У більшості випадків вплив цих властивостей на процеси вібраційної сегрегації виявляються в певних поєднаннях один з одним. На практиці ж, як правило, виділяють одну властивість у якості основної, а інші є допоміжними.

В області дослідження теорії та практики поведінки сипких тіл найповніше розроблена теорія статичного сипкого середовища, а теорія динаміки такого середовища до цих пір не має закінченого узагальнення. Тому для розробки і впровадження процесів, заснованих на сегрегації часток дисперсного середовища під впливом вібрації, першорядні інтереси представляють теоретичні дослідження закономірностей поведінки часток дисперсного середовища під впливом вібрації.

Принципи моделювання процесу сегрегації порошкових сумішей

Процес змішування – це складний реологічний процес, що складається з наступних елементарних процесів (рис.1).

На участку I процес конвективного змішування відбувається з більшою швидкістю, так як процес іде на рівні мікрооб'ємів. Після того, як компоненти будуть в основному розподілені по об'єму, швидкості конвективного і дифузійного змішування будуть співставні. Перерозподіл часток на участку II іде на рівні мікрооб'ємів. Тому швидкість змішування зменшується. Після цього дифузне змішування стає переважаючим і помітний вплив на процес здійснює сегрегація. В певний момент часу дифузне змішування і сегрегація врівноважуються і подальше змішування не має змісту (участок III).

Під дією вібраційних процесів в сипких тілах відбуваються перетворення, які визначаються інтенсивністю вібрації. Так, у міру збільшення прискорення вібрації в межах значень, що не перевищують прискорення вільного падіння, сипке тіло набуває рухливості, зчеплення між частинками слабшає, внаслідок чого досягається щільніше укладання частинок. При цьому найбільше ущільнення досягається при прискореннях, близьких до прискорення вільного падіння ($a=g$). при подальшому збільшенні інтенсивності коливаль, частинки сипкого матеріалу починають втрачати контакт з віброуючим робочим органом, зменшуються і періодично порушуються зв'язки між частинками.

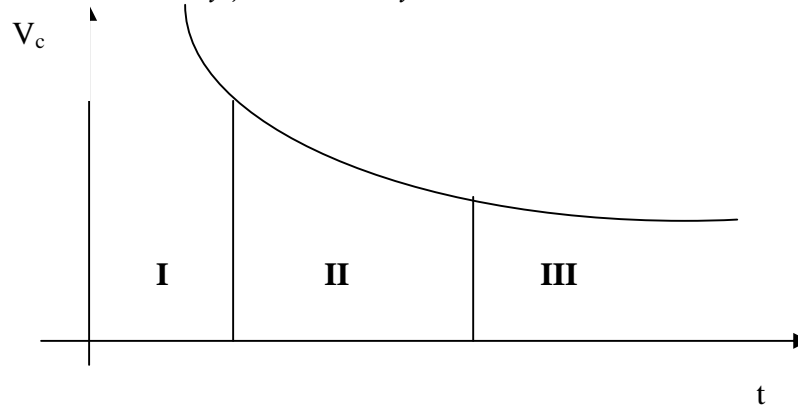


Рис. 1. Кінетична крива процесу змішування.

I. Переміщення групи неоднорідних по формі і розмірах часток з одного місця суміші в інше (конвективне змішування)

II. Поступовий перерозподіл часток різних компонентів в залежності від їх фізико-механічних властивостей та попереднє утворення градієнтних структур (дифузне переміщення)

III. Групування часток за ознакою спільних геометричних та фізико-механічних властивостей (процес сегрегації) – закінчення процесу утворення градієнтних структур.

Щодо власне сегрегації часток двохкомпонентної суміші, то, наприклад, при неперервному змішуванні двох компонентів, що суттєво відрізняються розмірами часток, спостерігається накопичення в області центру циркуляції дрібних часток. Зазначимо, що дана модель дієва тільки для опису процесу змішування компонентів, що мало відрізняються розмірами часток і їх питомими щільностями.

Моделювання процесу вібраційної сегрегації можна здійснювати як з точки зору ймовірнісних процесів (Марківських ланцюгів), так і з точки зору теорії вібраційного переміщення з урахуванням фізичних та механічних параметрів.

Якщо описувати поведінку системи (суміші порошоків, що знаходиться в циліндричному контейнері - змішувачі) ймовірнісними методами, то в загальному вигляді її можна подати, застосовуючи при певних припущеннях диференціальні рівняння Колмогорова. А саме, досліджуючи деякі дискретні стани системи (S_1, S_2, \dots, S_n) враховують, що трансформація системи з одного стану в інший може бути реалізована в будь-який час. Представимо $p_i(t)$ як ймовірність того, що в проміжок часу t система S буде знаходитися у стані S_i ($i=1, \dots, n$). Таким чином, так як для будь-якого моменту часу t , сума ймовірностей стану рівна 1

$$\sum_{i=1}^n p_i(t) = 1, \quad (1)$$

то здійснивши відносно t невеликий приріст Δt і застосувавши правило суми ймовірностей, матимемо:

$$p_1(t + \Delta t) = p_1(t) \cdot (1 - I_{12}\Delta t) + p_3(t) + I_{31}\Delta t \quad (3)$$

Спрямувавши Δt до нуля, перейдемо до границі

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{p_1(t + \Delta t) - p_1(t)}{\Delta t} = \frac{dp_1(t)}{dt} = -I_{12}p_1(t) + I_{31}p_3(t) \quad (4)$$

та отримаємо диф. рівняння, якому повинна задовольняти функція $p_1(t)$. Якщо з самого початку в якості дослідження покласти чотири дискретні стани системи S_1, S_2, S_3, S_4 , то для інших ймовірностей $p_2(t)$, $p_3(t)$, $p_4(t)$ отримаємо диференціальні рівняння :

$$\begin{cases} \frac{dp_1(t)}{dt} = -I_{12}p_1(t) + I_{31}p_3(t); \\ \frac{dp_2(t)}{dt} = -I_{23}p_2(t) - I_{24}p_2(t) + I_{12}p_1(t) + I_{42}p_4(t); \\ \frac{dp_3(t)}{dt} = -I_{31}p_3(t) - I_{34}p_3(t) - I_{23}p_2(t); \\ \frac{dp_4(t)}{dt} = -I_{42}p_1(t) + I_{24}p_4(t) + I_{34}p_3(t). \end{cases} \quad (5)$$

Дані рівняння описують ймовірнісний стан системи, а інтегрування цієї системи дає шукані ймовірності стану як функції часу.

У нашому випадку необхідна така математична модель розділення часток сипкого середовища в віброуючому контейнері, де вібрація накладається не лише у напрямку осей ox та oy , а і у напрямку крутильних коливань під деяким кутом.

Крім того, будемо розглядати двохкомпонентну суміш порошків з різними фізичними властивостями – масою, густиною, сферичної форми.

Деякі закономірності розділення сипких середовищ (саме на прикладі двохкомпонентної суміші) схематично можна представити на рис.2 [2]:

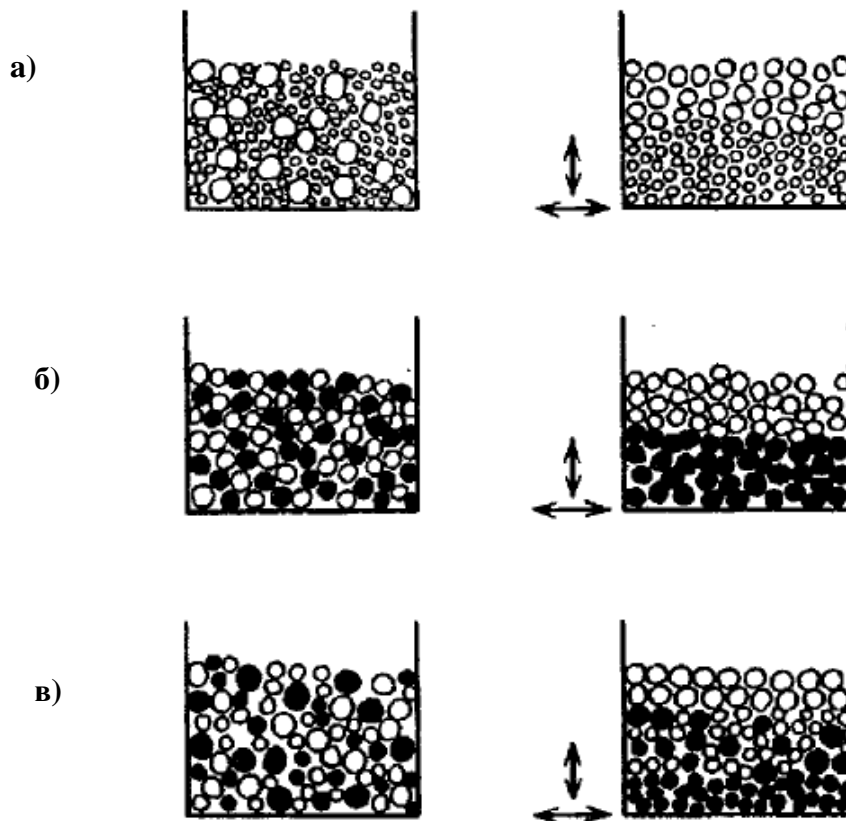


Рис. 2. Сегрегація часток по крупності і щільності під дією горизонтальної чи вертикальної симетричної вібрації ємкості з порошковою сумішшю.

За відсутності вібрації суміш різного роду часток, що знаходиться в ємкості в полі сили тяжіння чи у іншому стаціонарному силовому полі, може мати внаслідок дії сил типу сухого тертя нескінченне число неперервно-розподілених положень рівноваги: вона розподіляється так чи майже так, як її засипали в ємкість. Якщо ж піддати вібрації (не надто інтенсивній, щоб не переважала хаотична компонента процесу, тобто перемішування), наприклад, суміш крупних та дрібних часток однієї щільності, то в результаті дії вібрації крупні частки розмістяться над дрібними (рис.1,а). У випадку суміші часток однакового розміру, але різної щільності легкі частки розмістяться над важкими (рис.1,б). У суміші з часток різного розміру і різної щільності нижче

положення займають мілкі важкі частки, далі мілкі легкі, потім крупні важкі частки (чи суміш мілких легких і крупних важких), а у верхньому положенні виявляються крупні легкі частки (рис.1,в).^{*} Таким чином, у всіх розглянутих випадках під дією вібрації порошкова суміш намагається перейти у квазірівноважений стан. Це відбувається з урахуванням перетворень сил внутрішнього тертя. Разом з тим на стан рівноваги можуть суттєво вплинути виникаючі у процесі вібраційні сили.

Звичайно, представлена на рис.1 картина є дещо ідеалізованою: на практиці найчастіше доводиться мати справу не з малим, а з досить великим числом різних класів часток, що відрізняються до того ж не тільки розміром і щільністю, а також формою та іншими параметрами.

Розглянемо контейнер циліндричної форми з сумішшю часток, що відрізняються розмірами, щільністю і іншими параметрами, сукупність яких позначимо через a . Нехай заданий закон коливань точок поверхні форми, поле зовнішніх сил та середня щільність розподілення $f(x, y, z, a, t_0)$ часток по параметрам в кожній точці форми в деякий початковий момент часу t_0 .

Необхідно знайти щільність розподілення $f(x, y, z, a, t)$ в будь-який момент часу t . Особливий інтерес представляє кінцеве розподілення:

$$f^*(x, y, z, a) = \lim_{t \rightarrow \infty} f(x, y, z, a, t) \quad (6)$$

Таку постановку задачі можна дещо спростити, якщо суміш охарактеризувати деяким набором класів часток b_1, \dots, b_n . Задавши початкову концентрацію $c_1(x, y, z, t_0), \dots, c_m(x, y, z, t_0)$ часток кожного класу і треба знайти їх значення в довільний момент часу $t > t_0$ і граничні значення c_1, \dots, c_n при $t \rightarrow \infty$.

В більшості випадків розв'язати так поставлену задачу не дуже просто, бо необхідно врахувати газову чи рідинну складову в проміжках між частками. Тоді розв'язок задачі зводиться до вивчення двофазної системи «тверде тіло – газ».

Розглянемо з позиції вібраційної механіки рух частки деякого складу в середовищі з урахуванням накладеної вібрації у напрямках, згаданих вище. Нехай контейнер здійснює горизонтальні поступальні коливання та крутні коливання з частотою W і радіусом траєкторії r . На частку діє сила типу сухого тертя. Позначимо силу опору відносно переміщення частки в будь-якому горизонтальному напрямі через F_h , а у вертикальному через F_v . Масу частки з урахуванням приєднаної маси s середовища позначимо через m_1 , а масу середовища в об'ємі, рівному об'єму частки - через m_0 , відношення середніх густин частки і середовища – через $\Delta \cong \rho / \rho_0$. Нехай x, y, z - проекції на осі прямокутної системи координат xyz відносної швидкості частки в середовищі. Тоді диференціальні рівняння руху частки відносно середовища можуть бути записані у формі [3]:

$$m_1 \ddot{x} = m_0(\Delta - 1)rw^2 \cos wt - F_h \frac{\dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}}, \quad (7)$$

$$m_1 \ddot{y} = m_0(\Delta - 1)rw^2 \sin wt - F_h \frac{\dot{y}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}}, \quad (8)$$

$$m_1 \ddot{z} = m_0(\Delta - 1)g - F_v \frac{\dot{z}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}}, \quad (9)$$

$$\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} \neq 0. \quad (10)$$

Нехай виконується співвідношення

$$\frac{F_v}{m_0 g} > |\Delta - 1| > \left[\left(\frac{m_0 r W^2}{F_h} \right) + \left(\frac{m_0 g}{F_v} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (11)$$

^{*} Примітка: мається на увазі той випадок, коли внаслідок вібрації не виникають деякі повільні потоки середовища.

згідно якого маса частки в середовищі не перевищує сили опору її руху в вертикальному напрямку, а з іншої – що сила інерції в відносному русі достатня для подолання сили опору типу сухого тертя. Тоді попередні диференціальні рівняння матимуть розв'язки

$$\dot{z} = R w \cos(wt + b), \quad (12)$$

$$\dot{z} = R w \sin(wt + b), \quad (13)$$

$$\dot{z} = \dot{z}_0 \quad (14)$$

і ці розв'язки відповідають руху частки по гвинтовій лінії. При цьому для радіуса гвинтової лінії R і швидкості вертикального занурення частки \dot{z}_0 матимемо вирази

$$R = r \sqrt{\left[\frac{m_0}{m_1} (\Delta - 1) \right] - \left[\frac{F_h}{m_1 r w^2} \right]^2 (1 - d^2)} \quad (15)$$

$$\text{де } d = m_0 (\Delta - 1) g / F_v, \quad \dot{z}_0 = \frac{d}{\sqrt{1 - d^2}} R w,$$

а вираз для зсуву фаз b в подальшому не істотний.

З останньої формули для \dot{z}_0 випливає, що частки, щільніші за основне середовище ($\Delta > 1$) занурюються, а частки, менш щільні ($\Delta < 1$) – «спливають».

Висновки

Даний далеко не повний аналіз методів опису процесів розділення сипких матеріалів під дією вібрацій показує, що є можливість описати та спрогнозувати поведінку сипких матеріалів у вібраційному полі. Для оцінки достовірності опису процесу сегрегації за допомогою розглянутих підходів, необхідно провести експериментальні дослідження, що є завданням на подальші розробки.

1. Металлические порошки и порошковые материалы: Справочник./ Б.Н. Бабич и др.; под ред. Ю.В. Левинского. – М.: Экомет, 2005. – 520с.: ил.
2. Вибрации в технике: Справочник. В 6-ти т./ Ред.совет: В.Н.Челомей (пред.).- М.: Машиностроение. 1979 – Т.2. Колебание нелинейных механических систем / Под ред.. И. И. Блехмана. 1979. 351 с., ил.
3. Механічні та комп'ютерні моделі консолідації гранульованих середовищ на основі порошоків металів і кераміки при деформуванні та спіканні: монографія / М.Б.Штерн, В.Д.Рудь / за ред.академіка НАН України В.В. Скорохода. – Київ –Луцьк : РВВ ЛНТУ, 2010. – 232 с..
4. Труды ТГТУ: Сборник научных статей молодых ученых и студентов. Вып. 11. Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2002. – 236 с.