

УДК 622.232

В.В.Стасюк

Луцький національний технічний університет

ТРИКОМПОНЕНТНА n-КАМЕРНА ІМІТАЦІЙНА МОДЕЛЬ ДЛЯ ОЦІНКИ ТА ПРОГНОЗУВАННЯ СТАНУ ГІДРООБ'ЄКТІВ

Запропоновано трикомпонентну n-камерну імітаційну модель для оцінки та прогнозування стану гідрооб'єктів.

Ключові слова: гідрооб'єкти, математична модель.

Постановка проблеми. На сьогоднішній день існує досить значна кількість математичних моделей (і рекомендацій щодо їх створення) для оцінки стану гідрооб'єктів різного ступеня складності та його зміни з часом. Це призводить до певних вагань відносно вибору математичної моделі на етапах проектування та інженерних розрахунків різноманітних гідрооб'єктів. Повно та зрозуміло питання математичного моделювання гідрооб'єктів висвітлене в джерелах [1-7]. Однак рекомендовані в них підходи до створення імітаційних математичних моделей для динамічних процесів у водних об'єктах досить різноманітні. А оскільки питання це надзвичайно важливе (як для етапу проектування, так і всього періоду експлуатації масштабних технічних і водогосподарських комплексів, зокрема АЕС, ГЕС, ТЕС тощо), то завдання створення універсальних ефективних імітаційних математичних моделей, за допомогою яких у діалоговому режимі з ЕОМ можна здійснювати чисельні (комп'ютерні) експерименти щодо оцінки й прогнозування стану гідрооб'єктів, є надзвичайно актуальним.

Аналіз останніх досліджень. Питання побудови імітаційних математичних моделей для різноманітних гідрооб'єктів детально розглядаються в джерелах [1-7]. Однак моделі, розроблені за рекомендованими у них методами, характеризуються не дуже високими ступенями уніфікованості та лише помірною точністю, що ускладнює їх застосування для вирішення надзвичайно важливих задач, пов'язаних із розрахунком, дослідженнями та прогнозуванням стану технічних і водогосподарських комплексів різного ступеня складності.

Формулювання цілі статті – запропонувати імітаційну математичну модель для оцінки та прогнозування стану гідрооб'єктів, яка має не тільки високий ступінь уніфікованості, але й дозволяє враховувати специфіку динаміки досліджуваного середовища і за рахунок цього отримувати досить точні результати досліджень.

Основна частина. Для розробки імітаційних математичних моделей гідрооб'єктів різного ступеня складності найперспективнішим на сьогоднішній день є багатокамерне багатокомпонентне математичне моделювання [3-7]. Врахування просторової неоднорідності процесів у досліджуваному динамічному гідрооб'єкті у цьому випадку здійснюється за рахунок його розглядання умовно розділеним на окремі ділянки (камери), причому на кожній із них основні характеристики водного середовища й процесів у ньому приймаються усередненими, тобто вважаються рівномірно розподіленими у просторі в межах конкретної ділянки (камери). Для математичного опису динаміки (зміни в часі) j -го показника в i -й камері зазвичай використовуються диференціальні рівняння [3-7].

Одним із найчастіше використовуваних показників для кількісної оцінки процесів у динамічному гідросередовищі служить концентрація $c(x, y, z, t)$ j -ї речовини в i -й камері (c_{ij}) [3-7]:

$$\frac{dc^{ij}}{dt} = \frac{q^{i-1} + \sum_{k=1}^{n_i} q_k^i c_k^{ij} + q_\phi^i c_\phi^{ij} + q_{on}^i c_{on}^{ij} + m_{on}^{ij} (c^{ij}, c_{on}^{ij}, t)}{W^i} -$$

$$\frac{\left(q^i + q_{os}^i + \frac{dW^i}{dt} \right) c^{ij} - (a^{ij} + I^j) c^{ij} - f^{ij} (c^{ij}, c_{on}^{ij}, t)}{W^i}$$

$$\frac{dW^i}{dt} = q^{i-1} + q_\phi^i + \sum_{k=1}^{n_i} q_k^i + q_{on}^i - q_{os}^i - q_{sum}^i, \quad (2)$$

де t – час; q^{i-1} – витрата з $(i-1)$ -ї в i -у камеру; q_k^i, c_k^{ij} – відповідно витрата з другорядної k -ї камери в основну i -ту камеру й концентрація в k -й камері j -ї речовини ($k = 1, 2, 3, \dots, n$); q_ϕ^i, c_ϕ^{ij} – відповідно фільтраційна витрата підземних вод і концентрація в них j -ї речовини (наприклад, солі); q_{on}^i, c_{on}^{ij} – відповідно зовнішні рідинні надходження в i -у камеру й концентрація в них j -ї речовини; $m_{on}^{ij}(c^{ij}, c_{on}^{ij}, t)$ – кількість j -ї речовини із концентрацією c_{on}^{ij} , що надходить у i -у камеру з dna гідрооб'єкта; $W^i(t)$ – відповідно об'єм i -ї камери в момент часу t ; q^i – витрата з i -ї камери в $(i + 1)$ -шу камеру; q_{os}^i – витрата незворотного водоспоживання; a^{ij} – стала (константа) швидкості седиментації; I^j – стала (коефіцієнт) розпаду; $f^{ij}(c^{ij}, c_{os}^{ij}, t)$ – функція, що враховує масообмін j -ї речовини з гідросередовищем i -ї камери; q_{evn}^i – витрата на випаровування рідини з поверхні $(i-1)$ -ї камери.

Однак варто відмітити, що для досліджень процесів у гідрооб'єктах також досить часто використовують рівняння в частинних похідних [3-7]:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (D_x \frac{\partial c}{\partial x} - V_x c) + \frac{\partial}{\partial y} (D_y \frac{\partial c}{\partial y} - V_y c) + \frac{\partial}{\partial z} (D_z \frac{\partial c}{\partial z} - V_z c) - \alpha^* c + f(x, y, z, t), \quad (3)$$

де D_x, D_y, D_z – відповідно коефіцієнти турбулентної дифузії в поздовжньому напрямку, що збігається з напрямком координатної осі абсцис O_x , в поперечному напрямку, що збігається з напрямком координатної осі ординат O_y та у вертикальному напрямку, що збігається з напрямком координатної осі аплікат O_z ; V_x, V_y, V_z – компоненти вектора середньої швидкості V руху рідини; α^* – стала (коефіцієнт) швидкості седиментації; $f(x, y, z, t)$ – функція, що описує неконсервативність, трансформацію, самоочисну здатність та інші кінетичні процеси.

При цьому практичне використання рівняння (3) можливе лише за наявності певних початкових і граничних умов:

$$c(x, y, z, t_0) = c_0(x, y, z), \quad (4)$$

$$c(x, y, z, t) \Big|_{x=x_1} = c(y, z, t), \quad \frac{\partial c}{\partial x} \Big|_{x=x_2} = 0, \quad \frac{\partial c}{\partial n} = 0, \quad (5)$$

де $x = x_1$ – абсциса вхідного поперечного перерізу гідрооб'єкта (верхній створ);

$x = x_2$ – абсциса вихідного поперечного перерізу гідрооб'єкта (нижній або замикаючий створ);

n – зовнішня нормаль до поверхні гідрооб'єкта.

Крім того, для отримання реальних результатів досліджень потрібно обумовити шляхи надходження j -ї речовини у водне середовище об'єкта. Якщо вона потраплятиме на його зовнішню поверхню водного комплексу у складі рідинних надходжень, то це описується формулою:

$$\left[V_z c - D_z \frac{\partial c}{\partial z} \right]_{z=0} = c_{on} q_{on}, \quad (6)$$

де c_{on} – концентрація j -ї речовини у рідинних надходженнях на зовнішню поверхню гідрооб'єкта;

q_{on} – загальна кількість рідинних надходжень на одиницю площі зовнішньої поверхні водного комплексу,

а якщо із dna гідрооб'єкта, то виразами:

$$c(x, y, h_e, t) = c_\phi; \quad \left[V_z c - D_z \frac{\partial c}{\partial z} \right]_{z=h_e} = c_\phi v_\phi, \quad (7)$$

де h_e – максимальний розмір гідрооб'єкта по вісі Oz ;

c_ϕ – концентрація j -ї речовини на дні водного комплексу;

v_ϕ – вертикальна складова швидкості фільтрації.

Детальний аналіз системи рівнянь (1) – (2) та формули (3) свідчить, що математична двокомпонентна n -камерна модель (водний об'єкт розглядається розділеним на n камер), складена

із перших двох залежностей, має істотні переваги порівняно з рівнянням (3): вона нескладна та зручна для досліджень (в окремих випадках навіть має аналітичні розв'язки, які доцільно використовувати при виконанні інженерних розрахунків), і, крім того, вона значно інформативніша порівняно з рівнянням (3) (з граничними умовами (4) – (7)).

Однак моделювання процесів у гідрооб'єкті буде неповним, якщо не враховувати такого важливого показника, як концентрація j -ї речовини $c_{\text{дн}}^j$ в донних відкладеннях водного середовища. Тому розглянуту математичну модель доцільно доповнити рівнянням динамічного балансу j -ї речовини:

$$\frac{dM_{\text{дн}}^{ij}}{dt} = \alpha^{ij} W^i c^{ij} - (\beta^{ij} + \lambda^j) S_{\text{дн}}^i c_{\text{дн}}^{ij}, \quad (8)$$

де β^{ij} - стала інтенсивності нестабільності донних відкладень.

Враховуючи, що:

$$M_{\text{дн}}^{ij} = S_{\text{дн}}^i c_{\text{дн}}^{ij}, \quad W^i = S_{\text{дн}}^i h_{\text{сеп}}^i,$$

де $S_{\text{дн}}^i$ - площа дна i -ї камери гідрооб'єкта; $h_{\text{сеп}}^i$ - середня глибина ділянки гідрооб'єкта об'ємом W^i , рівняння (8) набуває вигляду:

$$\frac{dc_{\text{дн}}^{ij}}{dt} = \alpha^{ij} h^i c^{ij} - \left(\beta^{ij} + \lambda^j + \frac{dS_{\text{дн}}^i}{S_{\text{дн}}^i dt} \right) c_{\text{дн}}^{ij}. \quad (9)$$

Система, складена із залежностей (1), (9) і (2), являє собою трикомпонентну n -камерну імітаційну модель гідрохімічного та водного режимів гідрооб'єкта будь-якого ступеня складності. Вона універсальна, зручна для досліджень, її можна ефективно використовувати на етапах проектування та інженерних розрахунків різноманітних гідросистем. Однак відомо, що на процеси седиментації завислих або адсорбованих на зависях частинок j -ї речовини та інтенсивність зростання неоднорідності донних відкладень великий вплив чинить глибина водного об'єкта або його окремих ділянок. Тому дану модель можна істотно удосконалити, якщо кожному i -у камеру гідрооб'єкта розглядати як систему із менших камер двох видів: для одних із них властиві великі значення глибини, для інших – незначні. Це дозволить наблизити розроблену модель до реальних умов, ще більше підвищити її точність та універсальність.

Таким чином, якщо концентрацію j -ї речовини в донних відкладеннях на глибоководній частині камери з площею $S_{\text{зл}}^i$ позначити через $c_{\text{зл}}^{ij}$, а на мілководній частині з площею $S_{\text{міл}}^i$ - через $c_{\text{міл}}^{ij}$, то рівняння динамічного балансу маси j -ї домішки у водній товщі та донних відкладеннях мілководної та глибоководної частин i -ї ділянки гідрооб'єкта матимуть вигляд:

$$\frac{dM^{ij}}{dt} = q^{i-1} c^{i-1,j} + \sum_{k=1}^{n_i} q_k^i c_k^{ij} + q_{\phi}^i c_{\phi}^{ij} + q_{\text{он}}^i c_{\text{он}}^{ij} - (q^i + q_{\text{бс}}^i + a_{\text{зл}}^{ij} S_{\text{зл}}^i h_{\text{зл}}^i +$$

$$+ a_{\text{міл}}^{ij} S_{\text{міл}}^i h_{\text{міл}}^i + I^j W^i) c^{ij} + b_{\text{зл}}^{ij} S_{\text{зл}}^i c_{\text{зл}}^i + b_{\text{міл}}^{ij} S_{\text{міл}}^i c_{\text{міл}}^i - F^{ij}(c^{ij}, c_{\text{зб}}^{ij}, t)$$

; (10)

$$\frac{dM_{\text{зл}}^{ij}}{dt} = a_{\text{зл}}^{ij} S_{\text{зл}}^i h_{\text{зл}}^i - (b_{\text{зл}}^{ij} + I^j) S_{\text{зл}}^i c_{\text{зл}}^i; \quad (11)$$

$$\frac{dM_{\text{міл}}^{ij}}{dt} = a_{\text{міл}}^{ij} S_{\text{міл}}^i h_{\text{міл}}^i - (b_{\text{міл}}^{ij} + I^j) S_{\text{міл}}^i c_{\text{міл}}^i. \quad (12)$$

Враховуючи співвідношення:

$$M^{ij} = W^i c^{ij}, \quad M_{\text{зл}}^{ij} = S_{\text{зл}}^i c_{\text{зл}}^{ij}, \quad M_{\text{міл}}^{ij} = S_{\text{міл}}^i c_{\text{міл}}^{ij}, \quad (13)$$

система рівнянь (10) – (12) після виконання відповідних перетворень набуває вигляду:

$$\frac{dc^{ij}}{dt} = \frac{1}{W^i} q^{i-1} c^{i-1,j} + \sum_{k=1}^{n_i} q_k^i c_k^{ij} + q_\phi^i c_\phi^{ij} + q_{on}^i c_{on}^{ij} - (q^i + q_{\phi\phi}^i + \frac{dW^i}{dt} + a_{2l}^{ij} S_{2l}^i h_{2l}^i +$$

$$+ a_{mil}^{ij} S_{mil}^i h_{mil}^i + I^j W^i) c^{ij} + b_{2l}^{ij} S_{2l}^i c_{2l}^i + b_{mil}^{ij} S_{mil}^i c_{mil}^i - F^{ij}(c^{ij}, c_{\phi\phi}^{ij}, t) ; \quad (14)$$

$$\frac{dc_{2l}^{ij}}{dt} = a_{2l}^{ij} h_{2l}^i c^{ij} - \left(b_{2l}^{ij} + I^j + \frac{1}{S_{2l}^i} \frac{dS_{2l}^i}{dt} \right) c_{2l}^i ; \quad (15)$$

$$\frac{dc_{mil}^{ij}}{dt} = a_{mil}^{ij} h_{mil}^i c^{ij} - \left(b_{mil}^{ij} + I^j + \frac{1}{S_{mil}^i} \frac{dS_{mil}^i}{dt} \right) c_{mil}^i . \quad (16)$$

Висновок. Таким чином, отримана система рівнянь (14) – (16) являє собою трикомпонентну n -камерну імітаційну математичну модель із підвищеним ступенем універсальності, використання якої для оцінки стану гідрооб'єктів будь-якого ступеня складності та дослідження динаміки процесів, які в них відбуваються, забезпечить отримання точних результатів.

1. Системный подход к управлению водными ресурсами / Под ред. А. Бисваса. – М.: Наука. – 1985. – 392 с.
2. Аксельруд Г.К., Лысянский В.М. Система твердое тело – жидкость. – Л.: Химия, 1984. – 254 с.
3. Математическое моделирование и прогнозирование загрязнения поверхностных вод суши. – Л.: Гидрометеиздат. - 1984. – 390 с.
4. Марчук Г.Н. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. – М.: Наука. - 1982. – 304 с.
5. Моисеев Н.Н. Моделирование переноса вещества и энергии в природных системах. - М.: Наука. - 1992. – 332 с.
6. Семевский Ф.Н., Семенов С.Н. Математическое моделирование экологических процессов. – Л.: Гидрометеиздат. - 1982. – 280 с.
7. Лаврик В.І. Методи математичного моделювання в екології. – К.: "КМ Академія". - 2002. - 203 с.