

УДК 261.343

М. А. Смалько, В.Д.Рудь, Л.М. Самчук.  
Луцький національний технічний університет

### МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СВС-ПРОЦЕСУ ДЛЯ ДОСЛІДНОГО ЗРАЗКА ВИГОТОВЛЕНОГО З ПОРОШКІВ ТИТАНУ, ВУГЛЕЦЮ ТА СТАЛІ ШХ15

*Аналіз запропонованої математичної моделі процесу синтезу у дослідному зразку, який виготовлений з порошків титану, вуглецю та сталі ШХ15. Шляхом диференціювання отримано вирази, для швидкості зміни різниці температури при нагріванні та охолодженні.*

**Ключові слова:** математична модель, температура нагрівання, швидкість горіння.

До інноваційних технологій у виробництві конструкційних матеріалів відносяться СВС-процеси. В лабораторії механіки деформування структурно-неоднорідних матеріалів ЛНТУ проводяться експериментальні роботи по обґрунтуванню СВС-технологій з використанням порошків сталі ШХ15, що отриманні в результаті утилізації шліфувальних шламів. Актуальним постає питання теоретичного дослідження нестационарних теплових явищ в таких технологічних процесах [1]. Проблеми дослідження закономірностей розвитку нестационарних просторових теплових процесів в обладнанні та зразках пов'язані з розв'язком диференціальних рівнянь з відповідними крайовими умовами [2]. Задача також значно ускладнюється при розгляді таких процесів нестационарного теплообміну з урахуванням кінцевої швидкості поширення теплоти [3].

Виходячи із складності задачі доцільним є розділення її на декілька окремих задач, а саме:

- підбір обладнання, яке здатне забезпечити створення оптимальних умов для проходження технологічного процесу спікання зразків;
- підбір оптимального режиму нагріву зразку до моменту його запалення, який би забезпечив рівномірний прогрів зразку, що в свою чергу забезпечить рівномірність розповсюдження фронту СВС та якість зразку;
- оптимізація умов проходження процесу СВС після запалення зразку;
- аналіз дифузійних явищ, які відбуваються в процесі СВС.

В загальному вирішенні цих окремих задач дасть можливість в цілому підібрати режими роботи обладнання та оптимізувати теплофізичні умови процесу, який би забезпечив отримання виробів з відповідною наперед заданою структурою матеріалу та необхідними якісними фізико-хімічними параметрами. Для вирішення поставлених задач розглянемо схему установки (рис. 1) для отримання методом СВС дослідних зразків висотою 6 см і діаметром 3 см, з використанням порошків титану, вуглецю та сталі ШХ15.

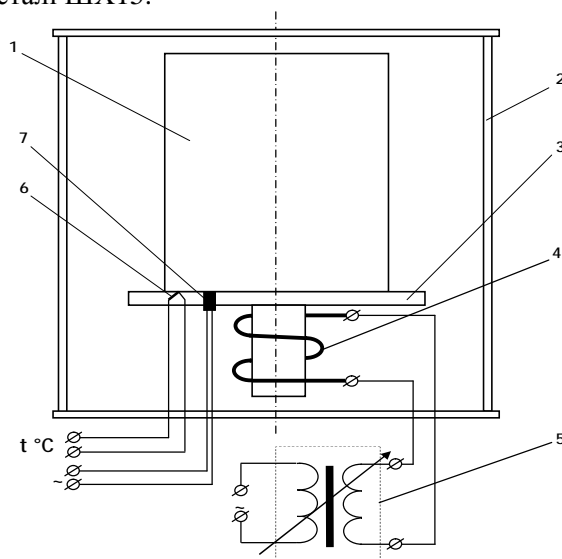


Рис.3.1 Схема установки (1- дослідний зразок, 2- корпус, 3- опора, 4- нагрівальний елемент, 5- пристрій для регулювання нагріву нагрівального елемента, 6- термомпари, 7- ініціююча вольфрамова спіраль)

Установка складається з корпусу 2, який виконаний з нержавіючої сталі. В корпусі 2 розміщена опора 3 з дослідним зразком 1. Опора 3 нагрівається нагрівальним елементом 4. Ступінь нагріву нагрівального елемента 4 керується за допомогою пристрою 5. Температура нагріву дослідного зразку 1 контролюється за допомогою системи термопар 6. Для запуску процесу СВС використовується ініціююча вольфрамова спіраль 7.

Установка працює наступним чином. Перед використанням в установку на опору 3 встановлюють дослідний зразок 1. За допомогою нагрівального елемента 4 опора 3 разом з дослідним зразком 1 нагрівається до встановленої температури. По досягненні встановленої температури відбувається ініціювання СВС процесу за допомогою вольфрамової спіралі 7. Всі процеси контролюються за допомогою системи термопар 6. Після охолодження готовий зразок виймається з установки.

Оскільки процес нагріву дослідного зразку 1 в установці (рис. 1) є динамічним та він супроводжується нагрівом всіх елементів установки і втратами тепла в навколишній простір, розглянемо процес зміни температури дослідного зразку та елементів установки, що нагріваються, в часі. При моделюванні технологічного процесу спікання дослідного зразку в першому наближенні робимо ряд припущень:

- установка та дослідний зразок, що нагріваються в загальному є однорідним тілом, яке має нескінченно високу теплопровідність, тому температура в усіх точках такого тіла однакова;
- теплоємність тіла  $c$ , загальний потік тепла при тепловіддачі  $kF$  в навколишнє середовище та потужність  $P$  нагрівального елемента в процесі проходження технологічного процесу від температури не залежить;
- температура навколишнього середовища не змінюється при нагріві зразка при проходженні технологічного процесу спікання зразку;
- втрати тепла в навколишнє середовище в умовному тілі пропорційні тільки різниці температур елементів установки, як умовного загального тіла, та навколишнього середовища.

В цьому випадку рівняння теплового балансу запишеться у загальному вигляді [2, **Ошибка! Источник ссылки не найден.**].

$$\sum Q_{1i} = \sum Q_{2j}, \quad (1)$$

де  $\sum Q_{1i}$  – сумарне тепло, яке надходить в систему від  $i$ -го числа джерел;  $\sum Q_{2j}$  – сумарні витрати тепла на нагрів дослідного зразку, всіх інших елементів установки та інші втрати тепла в системі ( $j$  – загальна кількість стоків тепла).

Враховуючи припущення, які зазначено вище, у лівій частині цього рівняння залишається єдиний член, який визначає кількість теплоти, що виділяється нагрівальним елементом установки за час  $dt$ :

$$\sum Q_{11} = Pdt. \quad (2)$$

$P$  - в цьому виразі визначає потужність нагрівального елемента установки. У правій частині розглядаємо два основні члена:

$$\sum Q_{2j} = \sum Q_{21} + \sum Q_{22} = Mcdq + kFqdt \quad (3)$$

Перший член у правій частині рівняння  $Mcd\theta$  визначає теплоту, яке витрачається на нагрів дослідного зразку та всіх інших елементів установки, як загального умовного тіла. В цьому члені  $M$  та  $c$  це відповідно маса та теплоємність загального умовного тіла. Другий член  $kF\theta dt$  враховує втрати теплоти в навколишнє середовище. Величини  $F$  та  $k$  це відповідно площа та коефіцієнт тепловіддачі загального умовного тіла до навколишнього середовища. При цьому температуру нагріву враховуємо, як різницю температур дослідного зразку  $t_{zp}$  та навколишнього середовища  $t_{nc}$ :

$$\theta = t_{zp} - t_{nc}. \quad (4)$$

Тоді рівняння теплового балансу у диференціальному вигляді для даної установки за час  $dt$  запишеться так:

$$Pdt = Mcdq + kFqdt, \quad (5)$$

Розв'язавши рівняння (5) шляхом розділу переміжних та проінтегрувавши його, знаходимо постійну інтегрування з початкових умов, коли  $P=0$  потужність джерела теплоти рівна нулю (нагрівальний елемент відключено):  $\bar{C} = \frac{cM}{kF}$ . Тоді з урахуванням постійної інтегрування рішення запишеться у вигляді:

$$t = \frac{cM}{kF} \cdot \ln \frac{P}{P - kFq}. \quad (6)$$

Для спрощення подальшого аналізу перепишемо (6) у вигляді:

$$t = \bar{C} \cdot \ln \frac{P}{P - kFq}. \quad (7)$$

та з нього знайдемо значення  $\theta$ :

$$q = \frac{P}{kF} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\bar{C}}} \right). \quad (8)$$

При аналізі виразу (8) при умові  $t \rightarrow \infty$  та не змінних інших умовах в системі, що розглядувана різниця температур прямує до деякого стабільного постійного значення, або іншими словами настає теплова рівновага даної системи з навколишнім середовищем:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} q = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{P}{kF} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\bar{C}}} \right) = q_{\text{стаб.}} \quad (9)$$

Це вказує на те що нагрів установки продовжується до деякого стану, при якому настає стабілізація теплообміну системи та навколишнього середовища. Іншими словами настає стан, коли теплота, яке підводиться до системи практично повністю витрачається на втрати в навколишнє середовище, а це значить, що подальше підведення також теплового потоку не буде призводити до зміни стану системи (наприклад, зміни температури, в даному випадку її зростання). І тільки зміна величини цього теплового потоку призведе до зміни стану системи. Таким чином тільки зміна умов теплообміну або величини теплового потоку, який підводиться, призведе до зміни стану системи. Тим самим це дає можливість керування станом системи, а значить і керувати та оптимізувати технологічний процес спікання дослідного зразку.

Виходячи з вище приведенного аналізу станів системи при не змінних умовах підведення та втрат теплоти вираз (8) може бути записано у вигляді:

$$q = q_{\text{стаб.}} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\bar{C}}} \right) \quad (10)$$

Якщо розглянути випадок, коли нагрівач відключено ( $P=0$ ), установка і вся система почне охолоджуватись в цьому випадку процес відбувається згідно виразу (5) у який підставлено відповідно величину  $P=0$ :

$$0 = Mcdq + kFqdt \quad (11)$$

Розв'язавши рівняння (11) отримаємо рішення у вигляді:

$$q = \frac{P}{kF} e^{-\frac{t}{c}}. \quad (12)$$

У випадку коли охолодження відбувається після нагріву до  $\theta_{стаб.}$ :

$$q = q_{стаб.} e^{-\frac{t}{c}}. \quad (13)$$

На основі проведеного аналізу будемо графіки (рис. 2), які характеризують процеси нагріву та охолодження системи, а значить і самого зразку.

Продиференціювавши вирази (10) та (13) отримаємо відповідно рівняння швидкості зміни різниці температури при нагріві:

$$J_{нагр.} = \frac{dq}{dt} = \frac{q_{стаб.}}{C} e^{-\frac{t}{c}}, \quad (14)$$

та при охолодженні:

$$J_{охол.} = \frac{dq}{dt} = \frac{q_{стаб.}}{C} e^{-\frac{t}{c}}, \quad (15)$$

На основі отриманих залежностей також будемо графіки зміни швидкості нагріву та охолодження системи, а значить і самого дослідного зразка, в залежності від часу проходження відповідного процесу рис. 3 та 4.

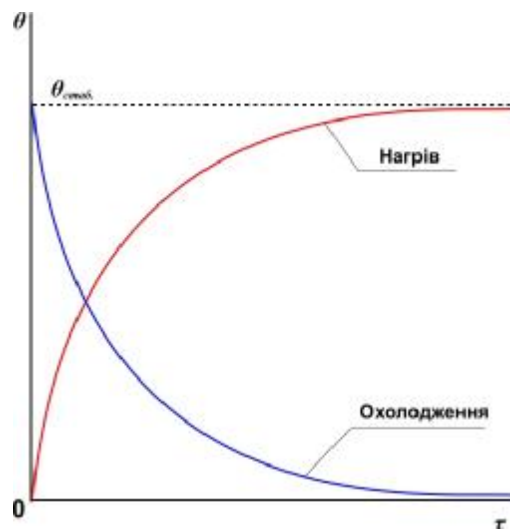


Рис. 2 Графіки процесів нагріву  $\theta_{нагр.} = f(\tau)$  та охолодження  $\theta_{охол.} = f(\tau)$  зразку

Виходячи із того, що джерелом теплоти в нагрівальному елементі системи є електричний струм, потужність, яка на це витрачається, визначається згідно закону Джоуля-Ленца. Тепловий потік, що виділяється при нагріві нагрівального елемента, визначається із виразу:

$$P = UIt = I^2 Rt, \quad (16)$$

де  $I$  – струм, А;  $U$  – напруга, В;  $R$  – активний опір нагрівального елемента, Ом.

Ураховуючи вирази (9) та (16) можна отримати залежність:

$$Q_{\text{стаб.}} \approx \frac{P}{kF} = \frac{I^2 R t}{kF}. \quad (17)$$

Видно із даної залежності, що при не змінних інших умовах та теплових характеристиках системи, зміна сили струму, який подається на нагрівальний елемент, дає можливість змінювати потужність теплового потоку, що, в свою чергу, дає можливість змінювати температуру стабілізації системи та швидкість її нагріву, а значить керування умовами нагріву дослідного зразку до температури спікання та керування умовами проходження самого процесу СВС, при виготовленні дослідних зразків.

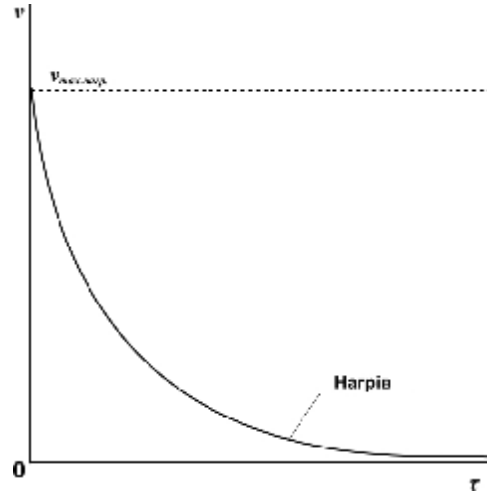


Рис.3 Графік зміни швидкості при нагріванні  $v_{\text{нагр.}}=f(\tau)$  зразку.

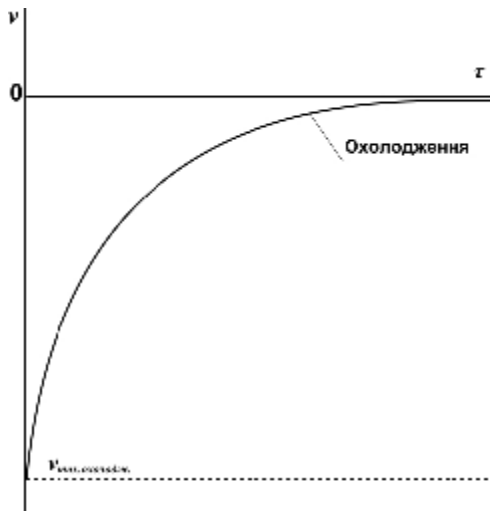


Рис.4 Графік зміни швидкості при охолодженні  $v_{\text{охолодж.}}=f(\tau)$  зразку.

1. Электротермическое оборудование: справочник. / подред. А.П.Альтгаузена. – 2-еизд. – М. Энергия, 1980, - 245 с.
2. Практикум по теплопередаче : учеб. пособие / А. П. Солодов,Ф. Ф. Цветков, А. В. Елисеевидр. –М. : Энергоатомиздат, 1986. – 296 с..
3. Тихонов А. Н., Самарский Л.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1977, - 736 с.
4. Carslaw H.S., Jaeger J.C. Conduction of heat in solids. Oxford University Press, 1980.