

УДК 621.372.54.037.372

Рыбка С.В., Дробик А.В., Толюпа С.В.

(Государственный университет информационно-коммуникационных технологий – ГУИКТ, г. Киев)

МЕТОДИКА РАСЧЕТА РЕКУРСИВНОГО МНОГОПОЛОСНОГО ЦИФРОВОГО ФИЛЬТРА НА ОСНОВЕ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ ДЛЯ ОБРОБКИ СИГНАЛОВ В МНОГОКАНАЛЬНЫХ МОДЕМАХ

В статті розглядається методика розрахунку рекурсивного багатосмугового цифрового фільтру на основі передаточної функції для обробки сигналів в багатоканальних модемах, яка вирішує задачі апроксимації в два етапи. На першому етапі застосовується метод інтерполювання, на другому – оптимізаційний метод.

Ключові слова: ЦИФРОВА ОБРОБКА СИГНАЛІВ, ЦИФРОВІ ФІЛЬТРИ, СИНТЕЗ ЦИФРОВИХ ФІЛЬТРІВ

Для решения проблем развития и совершенствования единой национальной системы связи необходимым условием является современная телекоммуникационная сеть, в архитектуре которой решающее место занимает компьютер, а неотъемлемой частью коммуникационного оборудования является модем. Значение модемов росло вместе с ростом требований к важнейшим характеристикам систем связи. От модемов и реализованных в них принципов приема и передачи сигналов в значительной степени зависит эффективность использования каналов связи, скорость передачи, надежность, помехоустойчивость, уровень качества обслуживания на основе новейших информационных технологий. Среди спектра современных модемов выделяется особый класс – многоканальные модемы (ММ). Поэтому проблема исследования методов надежной цифровой передачи информации с использованием ММ, по созданию высокоэффективных систем цифровой передачи телекоммуникационными сетями в современных комплексах и системах связи, является целесообразной и своевременной [1, 2]. Развитие цифровых методов обработки сигналов на основе рекурсивного многополосного цифрового фильтра способствует поиску новых путей разработок и совершенствования техники ММ и модемных технологий.

В ряде случаев применения цифровых фильтров представляют высокий интерес фильтры, реализованные на основе передаточной функции вида [1]:

$$H_l(z) = (1 - tz^m) \left(\frac{1}{m} \right) (1 - z^2) \sum_{kl} kl \left(\frac{(-1)^k A_{kl}}{1 + b_{1k} z^{-1} + b_2 z^{-2}} \right) \quad (1)$$

где: $b_2 = 1 - 2^{-d}$ – коэффициент, который вводится для обеспечения устойчивости цифрового резонатора, равен числу максимально близкому к единице при заданной разрядности регистров, влияет на увеличение нелинейности фазо-частотной характеристики по мере удаления от единицы при уменьшении d ; d – разрядность регистров; $r = \sqrt{b_2}$ – полюсное расстояние; $b_{1k} = -2r \cos(w_k)$ – коэффициенты цифрового резонатора на частотах резонанса, которые должны совпадать с выбранными частотами нулей гребенчатого фильтра (ГФ); $t = r^m$ вводится для избежания “проколов” частотной характеристики; m – порядок гребенчатого фильтра; l – номер выхода цифровой гребенки фильтров; A_{kl} – k -й весовой коэффициент по l -ому выходу цифровой гребенки полосовых фильтров и равен $A_{kl} = 10^{\frac{a_k}{20}}$, где a_k (дБ) – значение характеристики затухания в узле интерполирования k , или $A_{kl} = |H_l(w_k)|$.

Звено $(1 - z^{-2})$, в данном случае можно реализовать с единичным коэффициентом возле z^{-2} , поскольку мы рассматриваем реализацию полосового фильтра и нули амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) в точках «0» и « p » рабочей полосы частот только улучшают параметры характеристики затухания (ХЗ) в полосах задерживания фильтра.

Интересно рассмотреть АЧХ составных частей передаточной функции (1). В первую очередь рассмотрим АЧХ параллельно включенных цифровых резонаторов при единичных весовых коэффициентах A_k :

$$H_3(z) = \sum_{k=1}^9 \left(\frac{(-1)^k}{1 + b_{1k}z^{-1} + b_2z^{-2}} \right) \quad (2)$$

при: $m = 20$; $d = 12$; $b_2 = 1 - 2^{-d}$; $r = \sqrt{b_2}$; $b_{1k} = 2r \cos(w_k)$.

На рис.1 изображена АЧХ передаточной функции $H_3(z)$ при заданных исходных данных (2).

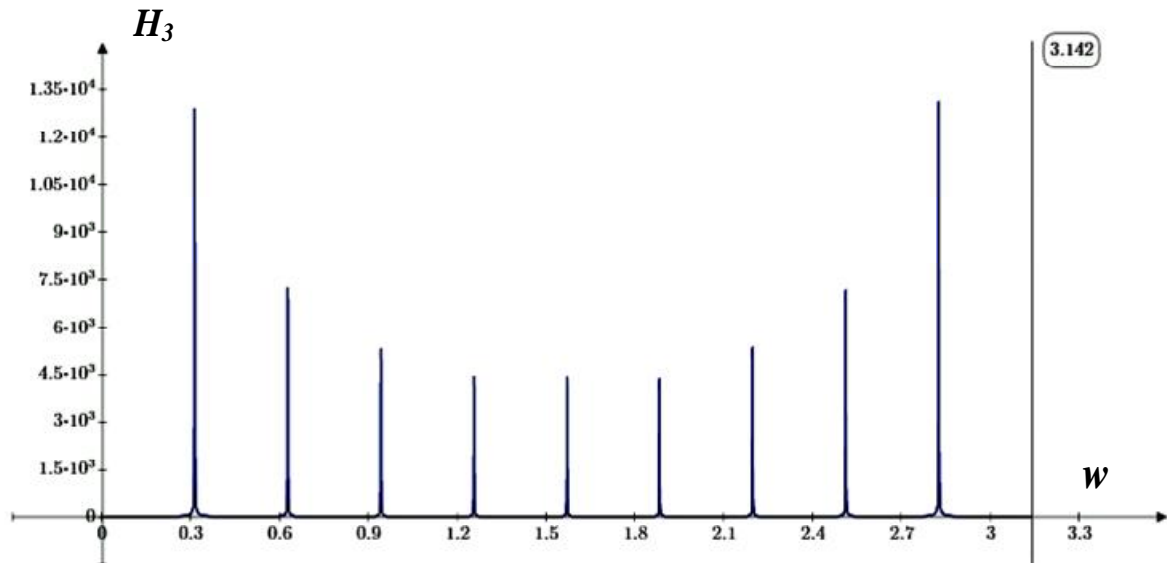


Рис. 1. АЧХ передаточной функции $H_3(z)$

На рис. 1 видно, что экстремумы АЧХ параллельно включенных резонаторов имеют не одинаковую величину с явным “провалом” на середине интервала от 0 до π .

При проведении расчетов следует обращать особое внимание на величину шага анализа частотных характеристик. Когда разрядность регистров d высокая, частотные характеристики резонаторов имеют высокую добротность и потому экстремумы очень узкие, при несоответствующем шаге анализа возможны необъективные результаты [3].

На рис. 2 изображена АЧХ звена $H_2(z) = (1 - z^{-2})$.

На рис. 3 изображена АЧХ последовательно включенных звеньев $H_2(z)$ и $H_3(z)$ с учетом коэффициента $1/m$.

$$H_2(z)H_3(z) = \frac{1}{m}(1 - z^{-2}) \sum_{k=1}^9 \left(\frac{(-1)^k}{1 + b_{1k}z^{-1} + b_2z^{-2}} \right)$$

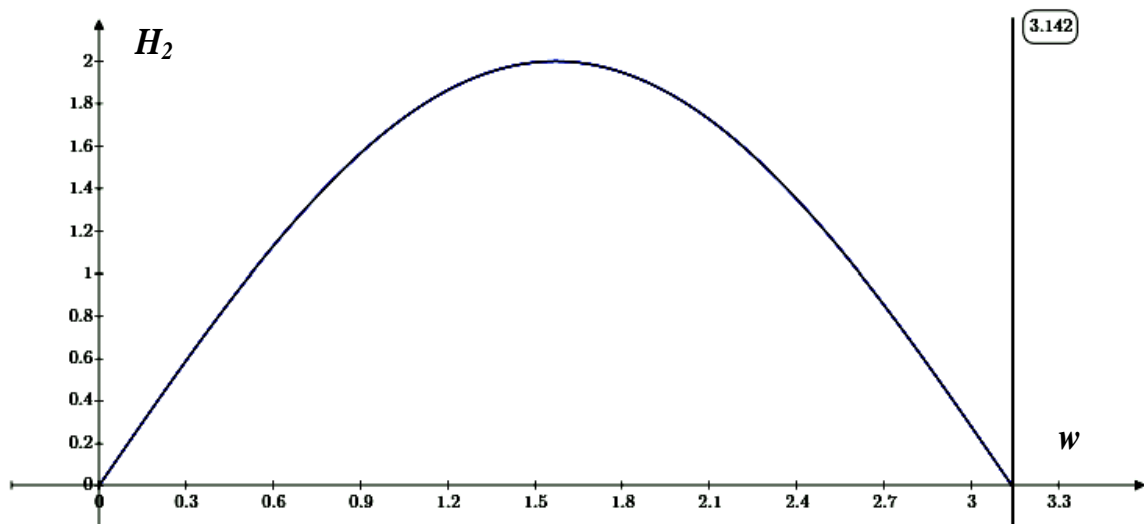


Рис. 2. АЧХ звена $H_2(z) = (1 - z^{-2})$

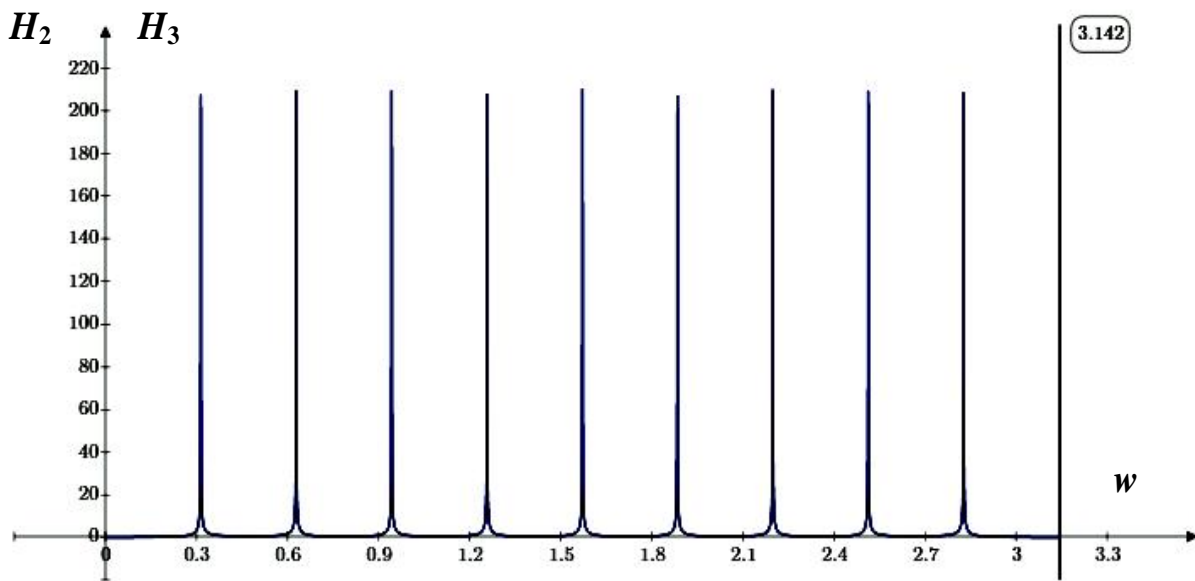


Рис. 3. АЧХ последовательно включенных звеньев $H_2(z)$ и $H_3(z)$ с учётом коэффициента

Таким образом, сравнивая рисунки 1 и 3 видно, что звено $(1 - z^{-2})$ произвело “выравнивание” экстремумов результирующей АЧХ.

На рис. 4 изображена АЧХ гребенчатого фильтра $H_1(z) = 1 - tz^{-20}$.

На рис. 5 изображена результирующая АЧХ передаточной функции

$$H_{123}(z) = (1 - tz^{-20}) \left(\frac{1}{20} \right) (1 - z^{-2}) \sum_{k=1}^9 \left\{ \frac{(-1)^k}{1 + b_{1k}z^{-1} + b_{2k}z^{-2}} \right\}$$

Большие амплитуды неравномерностей ближе к границам полос расфилтровки в полосе пропускания (ПП) обусловлены неоптимальными значениями весовых коэффициентов A_{ki} цифровых резонаторов и ничего общего с явлением Гиббса, как принято считать, не имеют. Эта неравномерность, в отличие от явления Гиббса, легко “выравнивается”, что будет продемонстрировано далее.

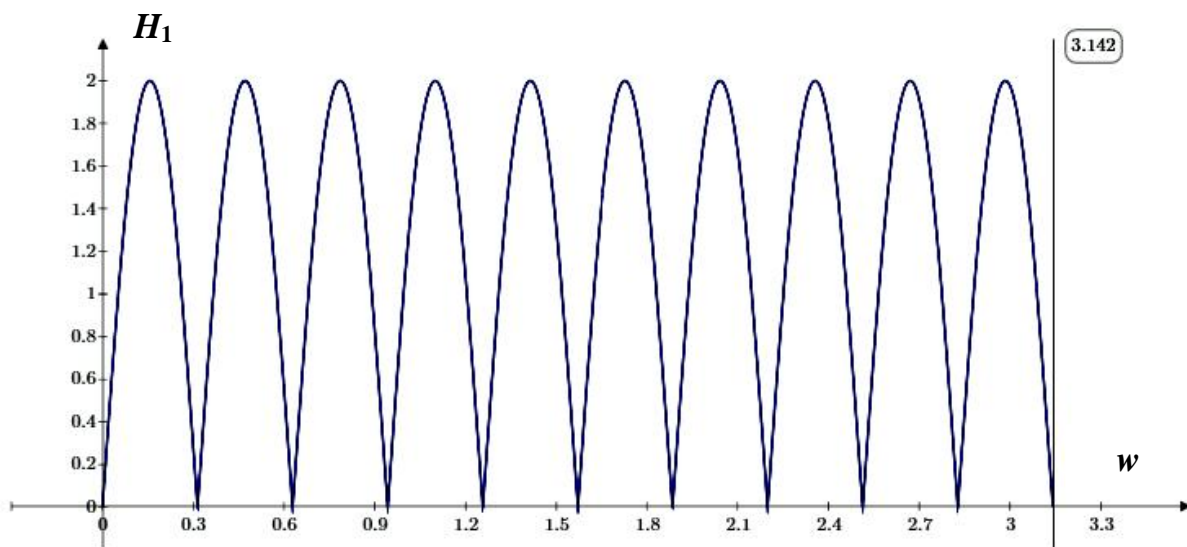


Рис. 4. АЧХ гребенчатого фильтра

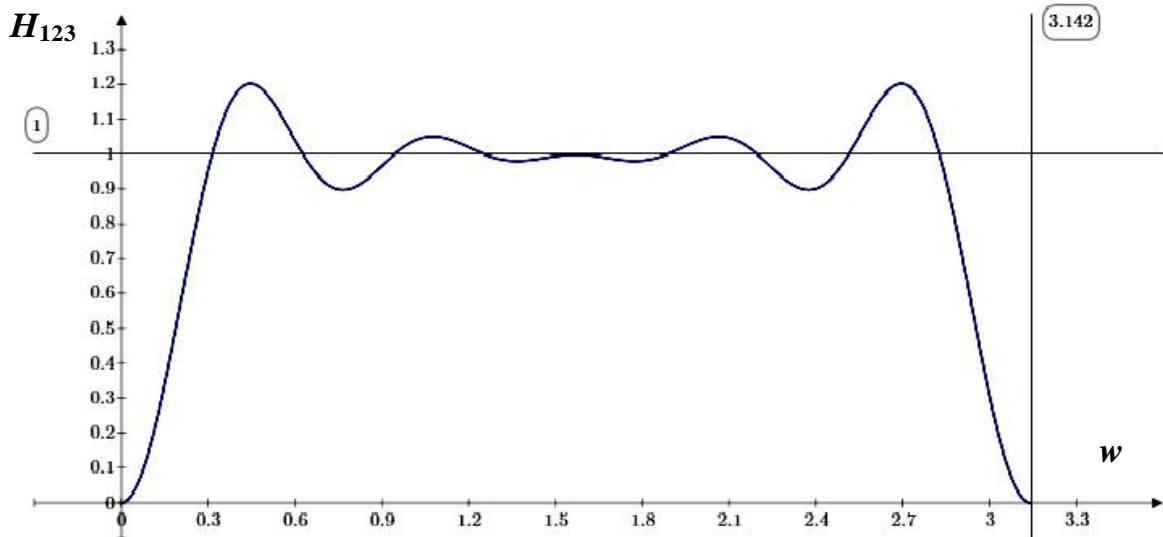


Рис. 5. Результирующая АЧХ передаточной функции

Рассмотрим пример расчета по одному из выходов цифровой гребенки полосовых фильтров. Исходные данные такие:

- неравномерность в ПП: $\Delta a \leq 0.675$ дБ;
- гарантированное затухание в полосе задержки (ПЗ): $a_r \geq 47$ дБ;
- частоты среза ПП: $w_{пп1} = 0,7$; $w_{пп2} = 1,187$;
- разрядность регистров: $d = 12$.

Руководствуясь исходными данными, выбираем: $m=90$.

Рассчитываем частоты особых точек $w_k = \frac{k2p}{m}$, при m чётном.

На первом этапе расчета весовых коэффициентов применим метод интерполирования. Поскольку оптимальные значения АЧХ в особых точках полосы пропускания неизвестны, выберем $A_k = 1$.

Рассмотрим АЧХ при начальном решении – все весовые коэффициенты цифровых резонаторов в ПП равны единице, а в полосах расфилтровки (ПР), опираясь на опыт, 0,3 (рис. 6). Даже если выбрать коэффициенты в ПР равными единице, при оптимизации они примут правильные, оптимальные значения. Вертикальными маркерами обозначены частоты среза ПП фильтра.

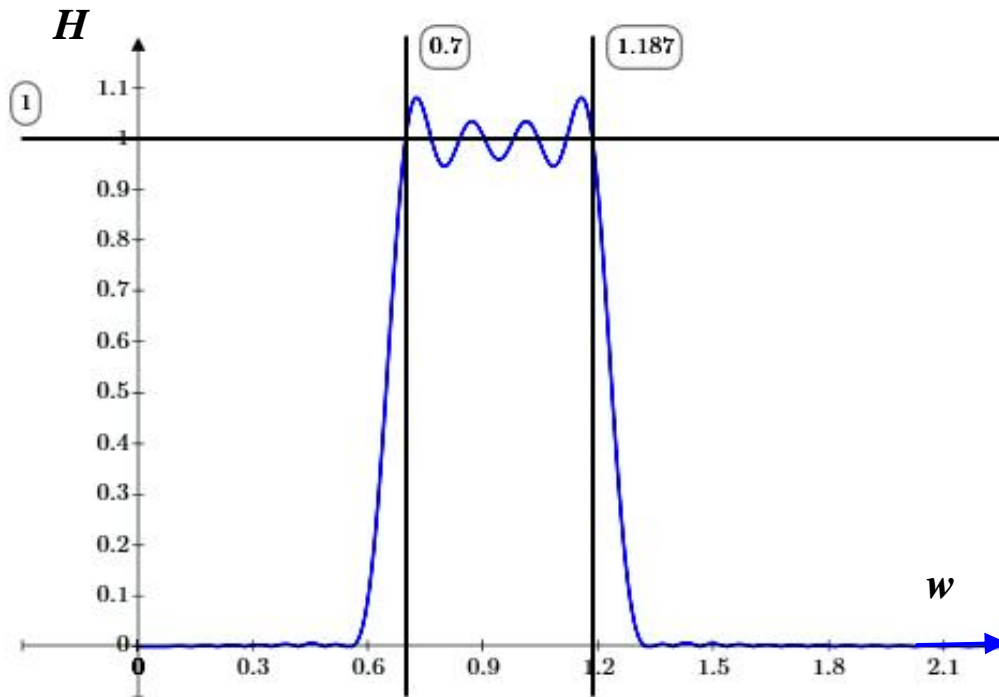


Рис. 6. АЧХ при начальном решении

На рис. 7 изображена ХЗ фильтра при начальном решении. Горизонтальным маркером обозначено гарантированное затухание в полосе задерживания фильтра.

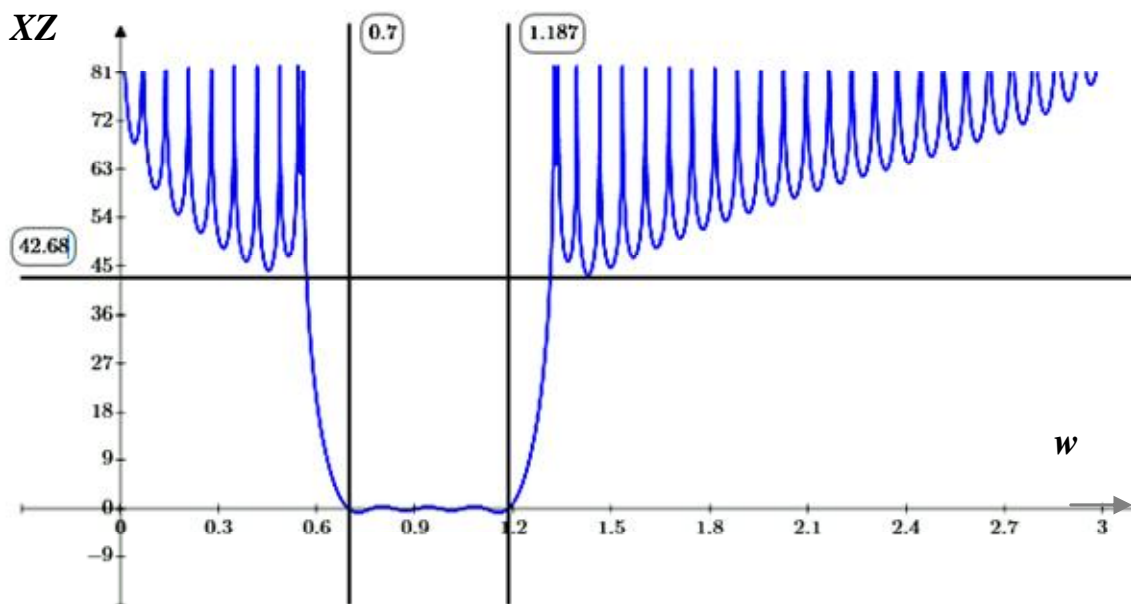


Рис. 7. ХЗ фильтра при начальном решении

На рисунке 8 изображена ХЗ фильтра в полосе пропускания при начальном решении.

На втором этапе решения задачи аппроксимации целесообразно применить оптимизационный метод [4]. Для фильтров требования к их ХЗ задаются на двух непересекающихся множествах в ПП и полосах задержки (ПЗ₁, ПЗ₂) рабочего диапазона частот. В полосах расфилтровки требования к ХЗ не нормируются.

После получения начального решения, составляющие вектора $\dot{A}_i = [A_{i1}, A_{i2}, \dots, A_{ki}]$ необходимо изменить таким образом, чтобы отклонение от заданного в ПП было бы минимально возможным, а гарантированное затухание в полосе задержки было бы не менее заданного.

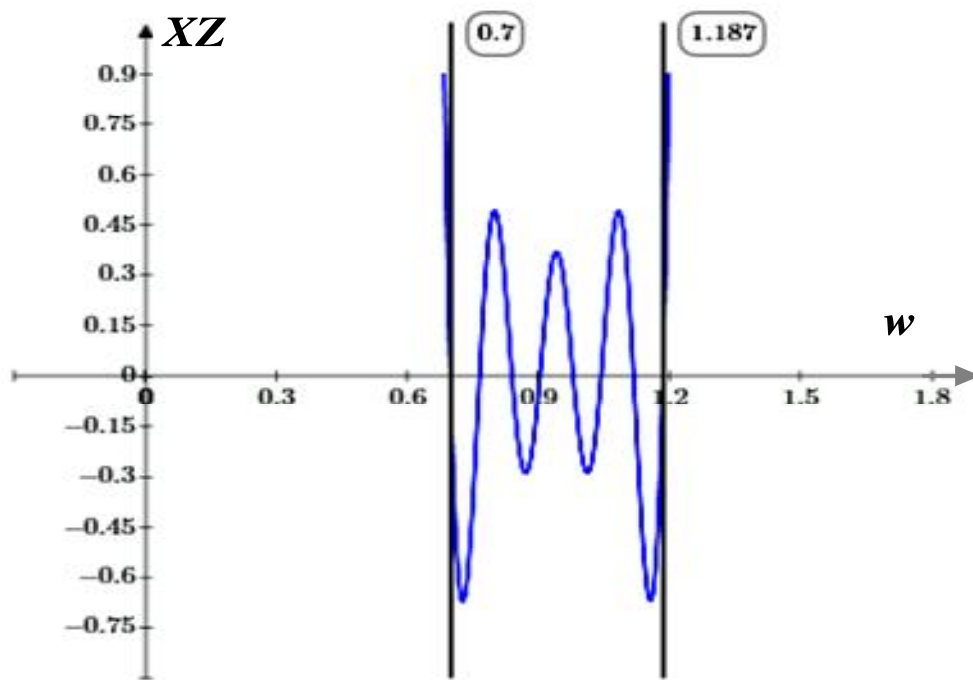


Рис. 8. ХЗ фильтра в полосе пропускания при начальном решении

За основу был взят Чебышевский (минимаксный) критерий близости. В этом случае общая задача нахождения вектора \mathbf{A}_l функции $H_l(z)$ может быть сформулирована следующим образом: найти вектор варьируемых параметров \mathbf{A}_l минимальной размерности, при котором характеристика затухания функции $H_l(z)$ удовлетворяет предъявленным требованиям соответствующего выхода цифровой гребенки полосовых фильтров (ЦГПФ). Решение задачи приводит к характеристике, которая в соответствии с критерием П. Л. Чебышева, в интервале, соответствующему полосе пропускания каждого из выходов ЦГПФ, достигает своих наибольших и наименьших значений равных по модулю число раз, которое превышает число варьируемых параметров, по крайней мере, на единицу. Иными словами, в данном случае, все варьируемые параметры аппроксимирующей функции, используются для получения оптимальной в смысле наилучшего (Чебышевского) равноволнового приближения характеристики затухания фильтра в его полосе пропускания.

Исходя из этого, для оптимизации ХЗ фильтра в пространстве весовых коэффициентов, необходимо решить две следующие задачи:

$$\text{найти } \max_w \Delta a(w, \mathbf{A}_l) = \min, \text{ для } w \in E_{\text{пп}};$$

$$\text{найти } \min_w a(w, \mathbf{A}_l) = \max a_r, \text{ для } w \in E_{\text{пз}}.$$

Значение неравномерности ХЗ в ПП определяется как разность между максимальным и минимальным значениями ХЗ в ПП:

$$\Delta a = a_{\max} - a_{\min}, \text{ при } a_{\min} \geq 0.$$

Задачу аппроксимации ЦГПФ сформулируем следующим образом: при заданной совокупности ограничений, налагаемых на компоненты вектора \mathbf{A}_l найти минимально возможное число и такие значения элементов вектора \mathbf{A}_l , при которых на множестве $E_w = E_{\text{пп}} \cup E_{\text{пз}}$ выполняется система неравенства:

$$\begin{cases} \rho[a(w, \mathbf{A}_l), a_0(w)] \leq \Delta a_m, \text{ для } w \in E_{\text{пп}} \\ a(w, \mathbf{A}_l) \geq a_r, \text{ для } w \in E_{\text{пз}} \end{cases}$$

где: $a_0(w)$ – заданные значения величин затухания в ПП ЦГПФ (аппроксимируемая);

$a(w, \mathbf{A}_l) = -20 \lg |H_{(w), \mathbf{A}_l}|$ – затухание, определяемое передаточной функцией на частоте w ,

Δa_m – допустимая неравномерность отклонения затухания от заданной зависимости в ПП,

a_r – заданная величина гарантированного затухания в ПЗ,

$\rho(w)$ – функция расстояния между заданной (аппроксимируемой) и аппроксимирующей характеристикой затухания.

Функция расстояния между воспроизводимой и воспроизводящей характеристиками затухания будет определяться как $\rho(w) = |a_0(w) - a(w, \mathbf{A}_r)|$.

Целесообразно применить алгоритм, при котором вначале ХЗ достигает в ПП Чебышевский альтернанс. Величины гарантированного затухания в ПЗ на начальном этапе оптимизации до достижения альтернанса в ПП принимаются, как констатация факта. Ограничения на них не накладываются (задается $a_r = 0$). Достигнутое значение неравномерности в ПП Δa будет минимально возможным, а гарантированное затухание в ПЗ (при такой Δa) a_r – максимально возможным.

Однако, как правило, достигнутое таким способом значение a_r не удовлетворяет заданные требования по гарантированному затуханию в ПЗ. Можно достичь увеличения гарантированного затухания за счет увеличения неравномерности в ПП или увеличения порядка фильтра или за счет расширения полос расфилтровки. Расширение ПР происходит при выборе в них узлов интерполирования. Если ширина ПР превышает допустимую, то необходимо увеличить порядок ГФ. Тогда интервалы между нулями передаточной функции уменьшатся, следовательно появляется возможность уменьшения ширины ПР, даже если узлы интерполирования выбраны как в ПП так и в ПР [5]. Очевидно, что увеличение порядка ГФ m приводит к увеличению размерности полинома kl при фиксированных частотах среза. Если после достижения альтернанса в ПП $\Delta a < \Delta a_m$, целесообразно повысить требования к a_r в ПЗ или уменьшить число узлов интерполирования в ПР, или понизить порядок гребчатого фильтра. В этом случае требования к ХЗ в ПП по величине Δa_m будет выполнено, но без достижения альтернанса.

При расчете многополосного фильтра, учитывая общее использование ГФ, задача аппроксимации существенно усложняется. При аппроксимации, решая оптимизационную задачу, у разработчика возникает большое поле для творческого подхода [2].

После решения задачи оптимизации, весовые коэффициенты A_k , определенные методом интерполирования, примут значения: $A_9=0,3087219$; $A_{10}=0,9518838$; $A_{11}=0,9965412$; $A_{12}=1,0146074$; $A_{13}=1,0050653$; $A_{14}=0,9991189$; $A_{15}=1,0202318$; $A_{16}=0,9909259$; $A_{17}=0,9670579$; $A_{18}=0,3258511$.

Результующая ХЗ с оптимизированными коэффициентами A_k представлена на рис. 9.

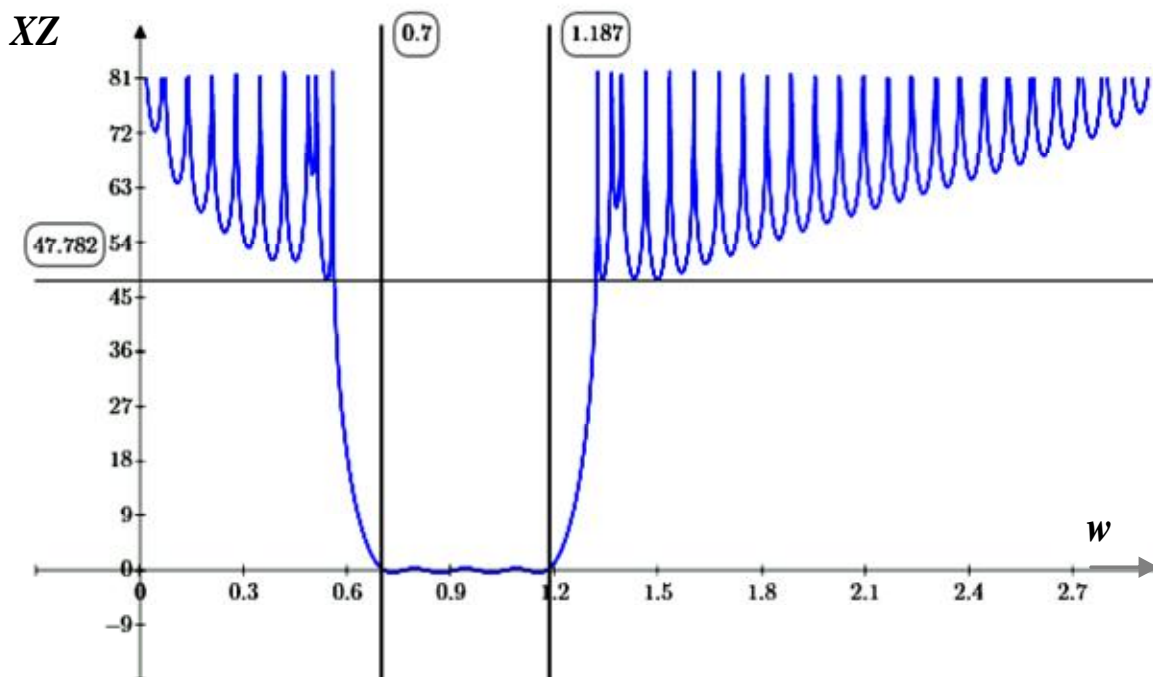


Рис. 9. Результующая ХЗ с оптимизированными коэффициентами A_k

Для большей наглядности на рис. 10 изображена ХЗ рассчитанного фильтра в ПП.

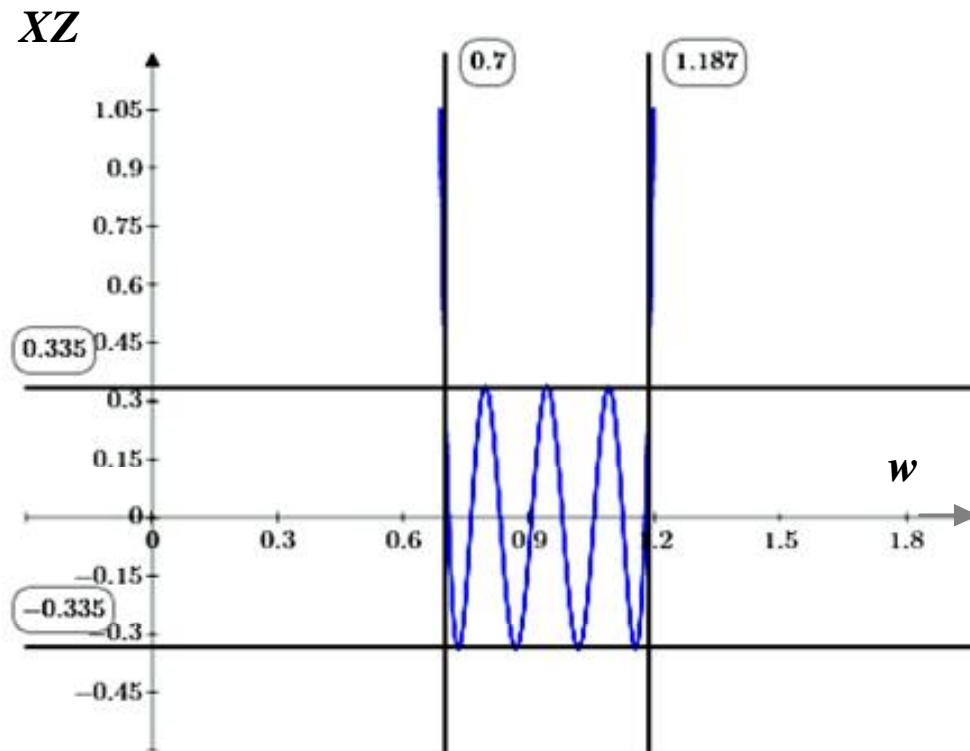


Рис. 10. ХЗ рассчитанного фильтра в ПП

Нормировка ХЗ относительно нуля оси ординат в данном случае не проводилась.

На рис. 10 хорошо видно, что Чебышевский альтернанс в полосе пропускания достигнут. Пульсации на границах полосы пропускания фильтра отсутствуют. Достигнутое гарантированное затухание в полосах задерживания удовлетворяет заданное.

Литература

1. Сергиенко А. Б. Цифровая обработка сигналов / А. Б. Сергиенко. – С-Пб.: Питер, 2003. – 607 с.
2. Бондарев В. Цифровая обработка сигналов. Методы и средства / В. Бондарев, Г. Трестре, В. Чернега. – М.: Конус, 2001. – 398 с.
3. Рыбка С. В. Рекурсивные цифровые фильтры с линейной фазочастотной характеристикой / С. В. Рыбка, С. Н. Мансуров // Известия ВУЗов. Радиоэлектроника. – 1994. – Т. 37, № 11. – С. 37-42.
4. Банди Б. Метод оптимизации. Вводный курс; пер. с англ. В.А. Волынского. –М.: Радио и связь, 1988. –128 с.
5. Ханзел Г. Е. Справочник по расчету фильтров / под. ред. А. Е. Знаменского; пер. с англ. В. А. Старостина. – М.: Советское радио, 1974. – 288 с.

УДК 621.372.54.037.372

Рыбка С.В., Дробик А.В., Толюпа С.В.

(Государственный университет информационно-коммуникационных технологий – ГУИКТ, г. Киев)

МЕТОДИКА РАСЧЕТА РЕКУРСИВНОГО МНОГОПОЛОСНОГО ЦИФРОВОГО ФИЛЬТРА НА ОСНОВЕ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ ДЛЯ ОБРОБКИ СИГНАЛОВ В МНОГОКАНАЛЬНЫХ МОДЕМАХ

В статті розглядається методика розрахунку рекурсивного багатосмугового цифрового фільтру на основі передаточної функції для обробки сигналів в багатоканальних модемах, яка вирішує задачі апроксимації в два етапи. На першому етапі застосовується метод інтерполювання, на другому – оптимізаційний метод.

Ключові слова: ЦИФРОВА ОБРОБКА СИГНАЛІВ, ЦИФРОВІ ФІЛЬТРИ, СИНТЕЗ ЦИФРОВИХ ФІЛЬТРІВ

Для решения проблем развития и совершенствования единой национальной системы связи необходимым условием является современная телекоммуникационная сеть, в архитектуре которой решающее место занимает компьютер, а неотъемлемой частью коммуникационного оборудования является модем. Значение модемов росло вместе с ростом требований к важнейшим характеристикам систем связи. От модемов и реализованных в них принципов приема и передачи сигналов в значительной степени зависит эффективность использования каналов связи, скорость передачи, надежность, помехоустойчивость, уровень качества обслуживания на основе новейших информационных технологий. Среди спектра современных модемов выделяется особый класс – многоканальные модемы (ММ). Поэтому проблема исследования методов надежной цифровой передачи информации с использованием ММ, по созданию высокоэффективных систем цифровой передачи телекоммуникационными сетями в современных комплексах и системах связи, является целесообразной и своевременной [1, 2]. Развитие цифровых методов обработки сигналов на основе рекурсивного многополосного цифрового фильтра способствует поиску новых путей разработок и совершенствования техники ММ и модемных технологий.

В ряде случаев применения цифровых фильтров представляют высокий интерес фильтры, реализованные на основе передаточной функции вида [1]:

$$H_l(z) = (1 - tz^m) \left(\frac{1}{m} \right) (1 - z^2) \sum_k kl \left(\frac{(-1)^k A_{kl}}{1 + b_{1k} z^{-1} + b_2 z^{-2}} \right) \quad (1)$$

где: $b_2 = 1 - 2^{-d}$ – коэффициент, который вводится для обеспечения устойчивости цифрового резонатора, равен числу максимально близкому к единице при заданной разрядности регистров, влияет на увеличение нелинейности фазо-частотной характеристики по мере удаления от единицы при уменьшении d ; d – разрядность регистров; $r = \sqrt{b_2}$ – полюсное расстояние; $b_{1k} = -2r \cos(w_k)$ – коэффициенты цифрового резонатора на частотах резонанса, которые должны совпадать с выбранными частотами нулей гребенчатого фильтра (ГФ); $t = r^m$ вводится для избежания “проколов” частотной характеристики; m – порядок гребенчатого фильтра; l – номер выхода цифровой гребенки фильтров; A_{kl} – k -й весовой коэффициент по l -ому выходу цифровой гребенки полосовых фильтров и равен $A_{kl} = 10^{\frac{a_k}{20}}$, где a_k (дБ) – значение характеристики затухания в узле интерполирования k , или $A_{kl} = |H_l(w_k)|$.

Звено $(1 - z^{-2})$, в данном случае можно реализовать с единичным коэффициентом возле z^{-2} , поскольку мы рассматриваем реализацию полосового фильтра и нули амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) в точках «0» и « p » рабочей полосы частот только улучшают параметры характеристики затухания (ХЗ) в полосах задерживания фильтра.

Интересно рассмотреть АЧХ составных частей передаточной функции (1). В первую очередь рассмотрим АЧХ параллельно включенных цифровых резонаторов при единичных весовых коэффициентах A_k :

$$H_3(z) = \sum_{k=1}^9 \left(\frac{(-1)^k}{1 + b_{1k}z^{-1} + b_2z^{-2}} \right) \quad (2)$$

при: $m = 20$; $d = 12$; $b_2 = 1 - 2^{-d}$; $r = \sqrt{b_2}$; $b_{1k} = 2r \cos(w_k)$.

На рис.1 изображена АЧХ передаточной функции $H_3(z)$ при заданных исходных данных (2).

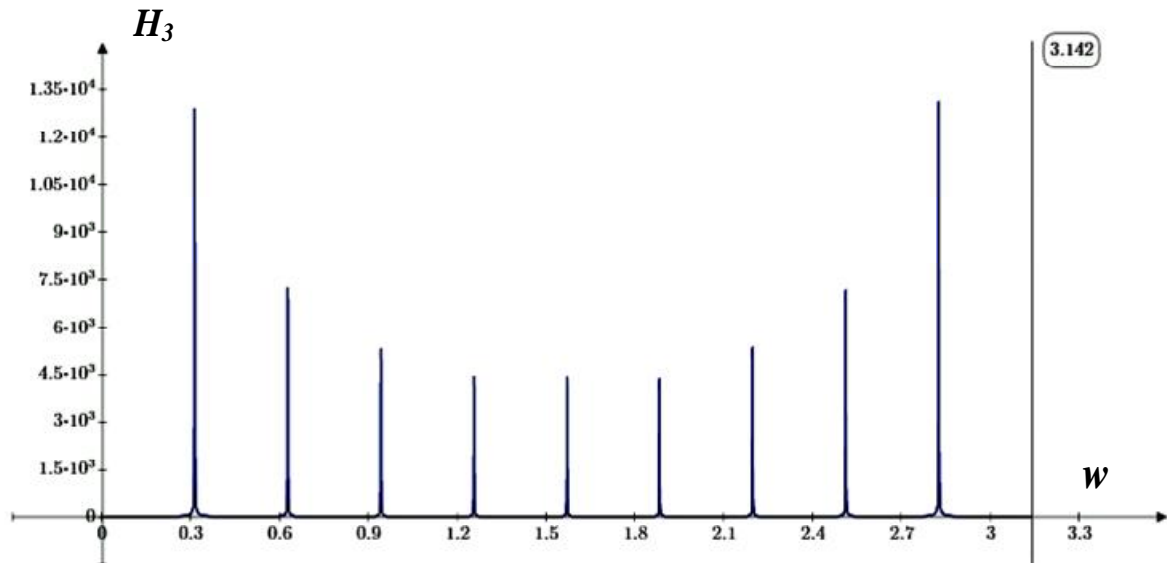


Рис. 1. АЧХ передаточной функции $H_3(z)$

На рис. 1 видно, что экстремумы АЧХ параллельно включенных резонаторов имеют не одинаковую величину с явным “провалом” на середине интервала от 0 до π .

При проведении расчетов следует обращать особое внимание на величину шага анализа частотных характеристик. Когда разрядность регистров d высокая, частотные характеристики резонаторов имеют высокую добротность и потому экстремумы очень узкие, при несоответствующем шаге анализа возможны необъективные результаты [3].

На рис. 2 изображена АЧХ звена $H_2(z) = (1 - z^{-2})$.

На рис. 3 изображена АЧХ последовательно включенных звеньев $H_2(z)$ и $H_3(z)$ с учетом коэффициента $1/m$.

$$H_2(z)H_3(z) = \frac{1}{m}(1 - z^{-2}) \sum_{k=1}^9 \left(\frac{(-1)^k}{1 + b_{1k}z^{-1} + b_2z^{-2}} \right)$$

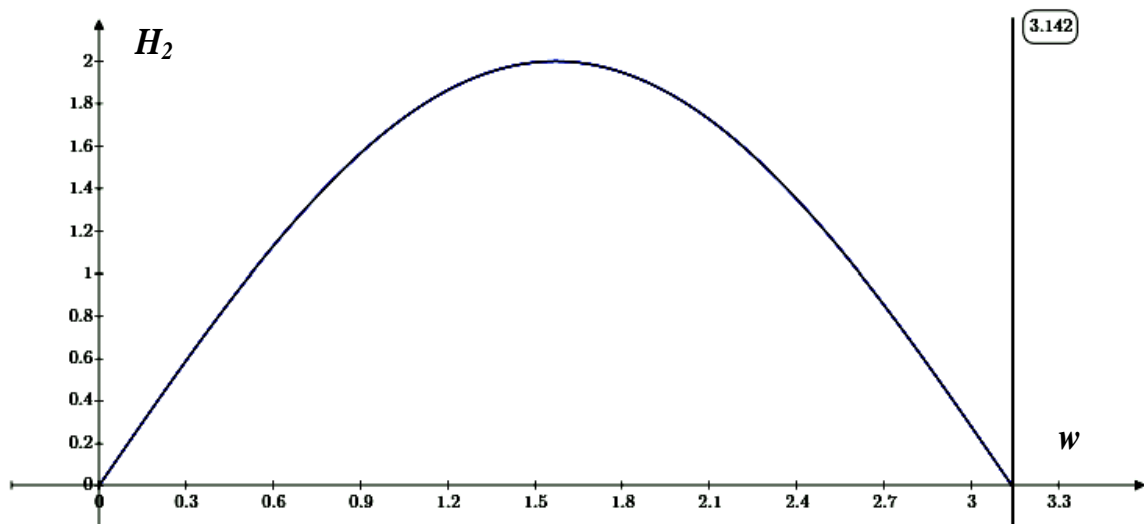


Рис. 2. АЧХ звена $H_2(z) = (1 - z^{-2})$

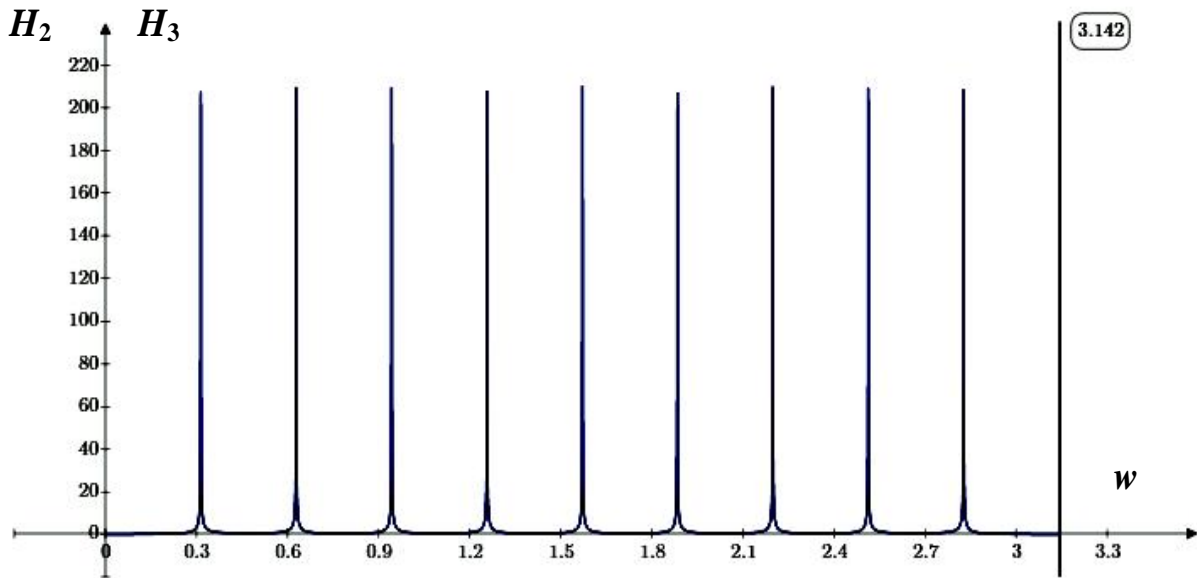


Рис. 3. АЧХ последовательно включенных звеньев $H_2(z)$ и $H_3(z)$ с учётом коэффициента

Таким образом, сравнивая рисунки 1 и 3 видно, что звено $(1 - z^{-2})$ произвело “выравнивание” экстремумов результирующей АЧХ.

На рис. 4 изображена АЧХ гребенчатого фильтра $H_1(z) = 1 - tz^{-20}$.

На рис. 5 изображена результирующая АЧХ передаточной функции

$$H_{123}(z) = (1 - tz^{-20}) \left(\frac{1}{20} \right) (1 - z^{-2}) \sum_{k=1}^9 \left\{ \frac{(-1)^k}{1 + b_{1k}z^{-1} + b_{2k}z^{-2}} \right\}$$

Большие амплитуды неравномерностей ближе к границам полос расфилтровки в полосе пропускания (ПП) обусловлены неоптимальными значениями весовых коэффициентов A_{kl} цифровых резонаторов и ничего общего с явлением Гиббса, как принято считать, не имеют. Эта неравномерность, в отличие от явления Гиббса, легко “выравнивается”, что будет продемонстрировано далее.

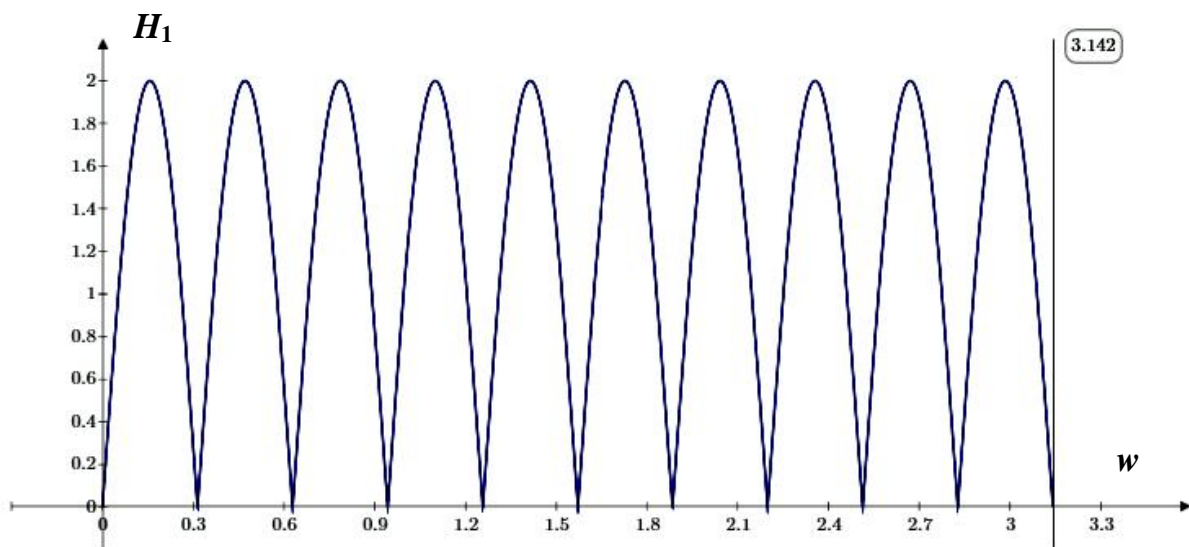


Рис. 4. АЧХ гребенчатого фильтра

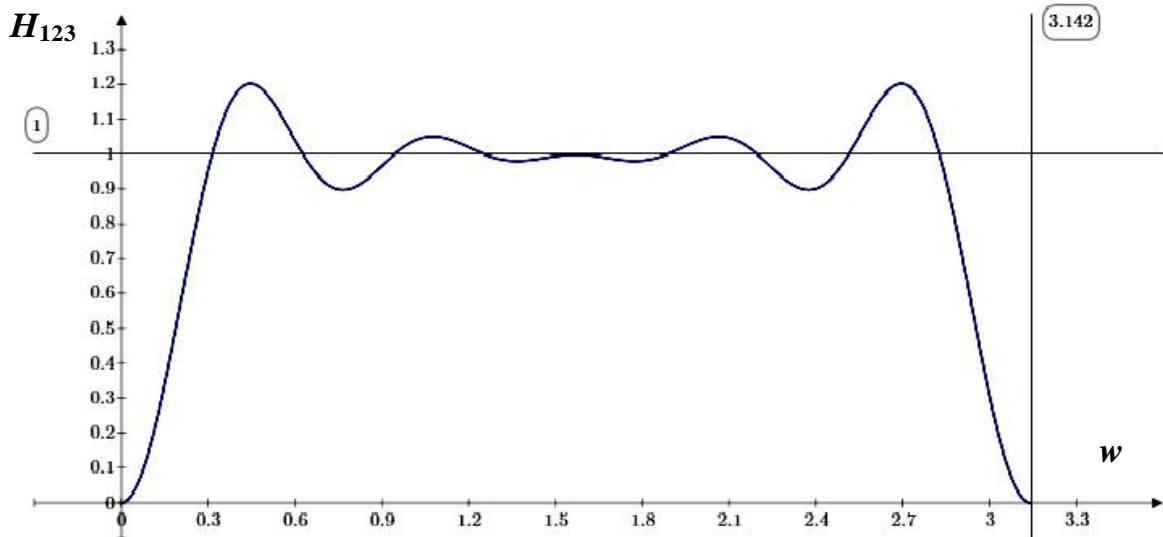


Рис. 5. Результирующая АЧХ передаточной функции

Рассмотрим пример расчета по одному из выходов цифровой гребенки полосовых фильтров. Исходные данные такие:

- неравномерность в ПП: $\Delta a \leq 0.675$ дБ;
- гарантированное затухание в полосе задержки (ПЗ): $a_r \geq 47$ дБ;
- частоты среза ПП: $w_{пп1} = 0,7$; $w_{пп2} = 1,187$;
- разрядность регистров: $d = 12$.

Руководствуясь исходными данными, выбираем: $m=90$.

Рассчитываем частоты особых точек $w_k = \frac{k2p}{m}$, при m чётном.

На первом этапе расчета весовых коэффициентов применим метод интерполирования. Поскольку оптимальные значения АЧХ в особых точках полосы пропускания неизвестны, выберем $A_k = 1$.

Рассмотрим АЧХ при начальном решении – все весовые коэффициенты цифровых резонаторов в ПП равны единице, а в полосах расфилтровки (ПР), опираясь на опыт, 0,3 (рис. 6). Даже если выбрать коэффициенты в ПР равными единице, при оптимизации они примут правильные, оптимальные значения. Вертикальными маркерами обозначены частоты среза ПП фильтра.

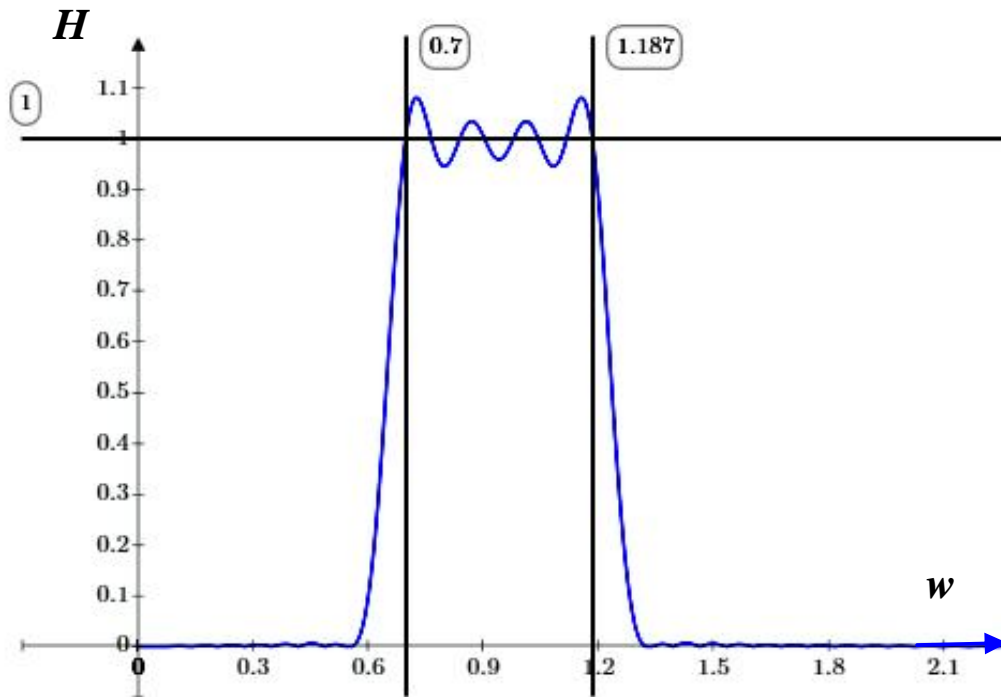


Рис. 6. АЧХ при начальном решении

На рис. 7 изображена ХЗ фильтра при начальном решении. Горизонтальным маркером обозначено гарантированное затухание в полосе задерживания фильтра.

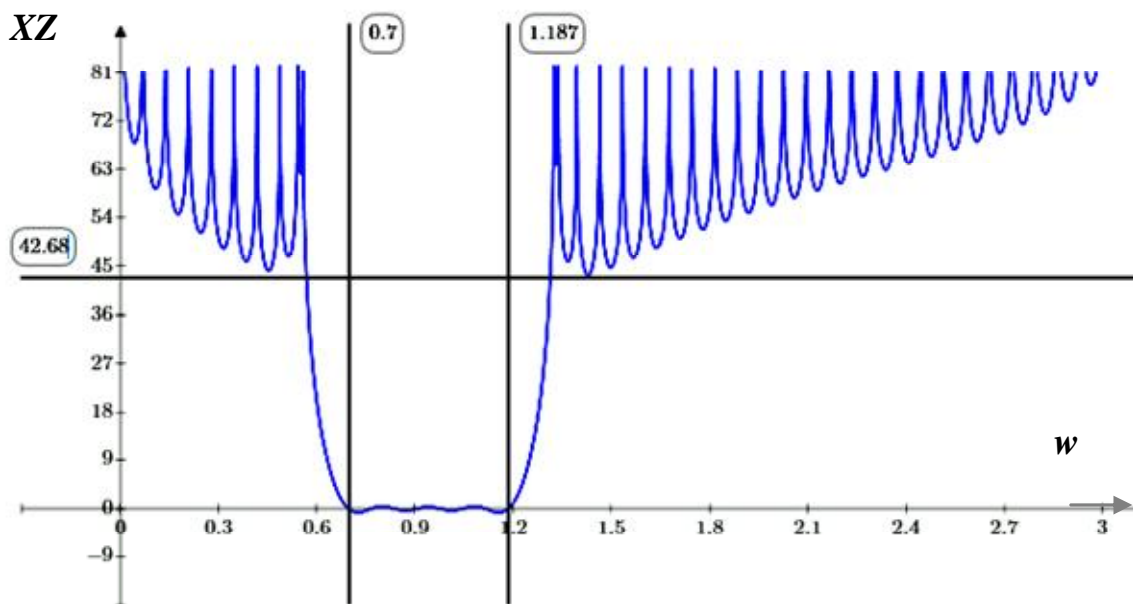


Рис. 7. ХЗ фильтра при начальном решении

На рисунке 8 изображена ХЗ фильтра в полосе пропускания при начальном решении.

На втором этапе решения задачи аппроксимации целесообразно применить оптимизационный метод [4]. Для фильтров требования к их ХЗ задаются на двух непересекающихся множествах в ПП и полосах задержки (ПЗ₁, ПЗ₂) рабочего диапазона частот. В полосах расфилтровки требования к ХЗ не нормируются.

После получения начального решения, составляющие вектора $\dot{A}_i = [A_{i1}, A_{i2}, \dots, A_{ki}]$ необходимо изменить таким образом, чтобы отклонение от заданного в ПП было бы минимально возможным, а гарантированное затухание в полосе задержки было бы не менее заданного.

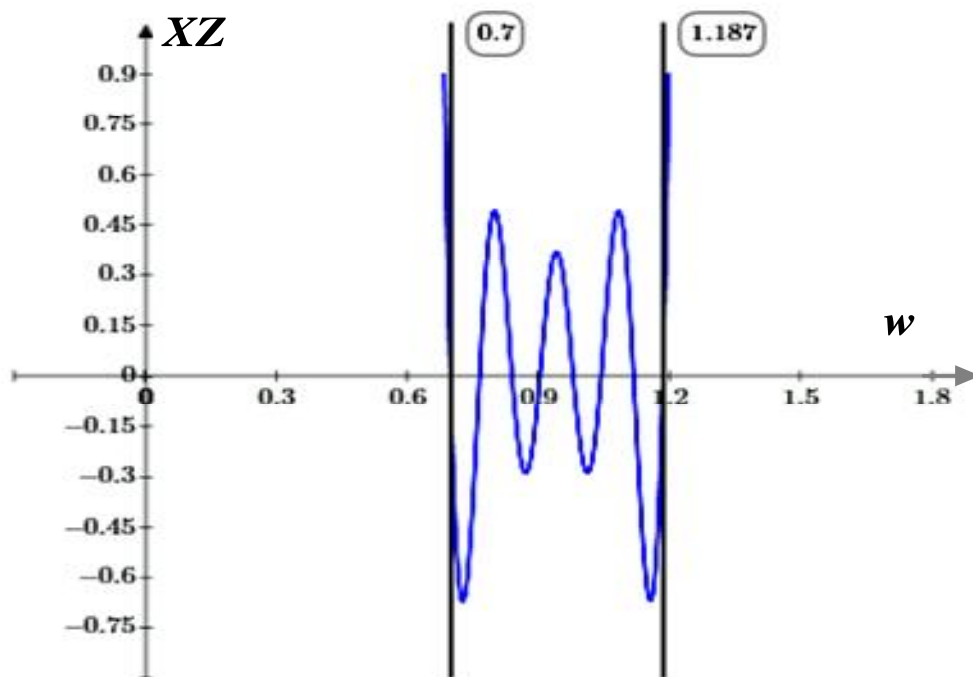


Рис. 8. ХЗ фильтра в полосе пропускания при начальном решении

За основу был взят Чебышевский (минимаксный) критерий близости. В этом случае общая задача нахождения вектора \mathbf{A}_l функции $H_l(z)$ может быть сформулирована следующим образом: найти вектор варьируемых параметров \mathbf{A}_l минимальной размерности, при котором характеристика затухания функции $H_l(z)$ удовлетворяет предъявленным требованиям соответствующего выхода цифровой гребенки полосовых фильтров (ЦГПФ). Решение задачи приводит к характеристике, которая в соответствии с критерием П. Л. Чебышева, в интервале, соответствующему полосе пропускания каждого из выходов ЦГПФ, достигает своих наибольших и наименьших значений равных по модулю число раз, которое превышает число варьируемых параметров, по крайней мере, на единицу. Иными словами, в данном случае, все варьируемые параметры аппроксимирующей функции, используются для получения оптимальной в смысле наилучшего (Чебышевского) равноволнового приближения характеристики затухания фильтра в его полосе пропускания.

Исходя из этого, для оптимизации ХЗ фильтра в пространстве весовых коэффициентов, необходимо решить две следующие задачи:

$$\text{найти } \max_w \Delta a(w, \mathbf{A}_l) = \min, \text{ для } w \in E_{\text{пп}};$$

$$\text{найти } \min_w a(w, \mathbf{A}_l) = \max a_r, \text{ для } w \in E_{\text{пз}}.$$

Значение неравномерности ХЗ в ПП определяется как разность между максимальным и минимальным значениями ХЗ в ПП:

$$\Delta a = a_{\max} - a_{\min}, \text{ при } a_{\min} \geq 0.$$

Задачу аппроксимации ЦГПФ сформулируем следующим образом: при заданной совокупности ограничений, налагаемых на компоненты вектора \mathbf{A}_l найти минимально возможное число и такие значения элементов вектора \mathbf{A}_l , при которых на множестве $E_w = E_{\text{пп}} \cup E_{\text{пз}}$ выполняется система неравенства:

$$\begin{cases} \rho[a(w, \mathbf{A}_l), a_0(w)] \leq \Delta a_m \text{ для } w \in E_{\text{пп}} \\ a(w, \mathbf{A}_l) \geq a_r \text{ для } w \in E_{\text{пз}} \end{cases}$$

где: $a_0(w)$ – заданные значения величин затухания в ПП ЦГПФ (аппроксимируемая);

$a(w, \mathbf{A}_l) = -20 \lg |H_{(w), \mathbf{A}_l}|$ – затухание, определяемое передаточной функцией на частоте w ,

Δa_m – допустимая неравномерность отклонения затухания от заданной зависимости в ПП,

a_r – заданная величина гарантированного затухания в ПЗ,

$\rho(w)$ – функция расстояния между заданной (аппроксимируемой) и аппроксимирующей характеристикой затухания.

Функция расстояния между воспроизводимой и воспроизводящей характеристиками затухания будет определяться как $\rho(w) = |a_0(w) - a(w, \mathbf{A}_r)|$.

Целесообразно применить алгоритм, при котором вначале ХЗ достигает в ПП Чебышевский альтернанс. Величины гарантированного затухания в ПЗ на начальном этапе оптимизации до достижения альтернанса в ПП принимаются, как констатация факта. Ограничения на них не накладываются (задается $a_r = 0$). Достигнутое значение неравномерности в ПП Δa будет минимально возможным, а гарантированное затухание в ПЗ (при такой Δa) a_r – максимально возможным.

Однако, как правило, достигнутое таким способом значение a_r не удовлетворяет заданные требования по гарантированному затуханию в ПЗ. Можно достичь увеличения гарантированного затухания за счет увеличения неравномерности в ПП или увеличения порядка фильтра или за счет расширения полос расфилтровки. Расширение ПР происходит при выборе в них узлов интерполирования. Если ширина ПР превышает допустимую, то необходимо увеличить порядок ГФ. Тогда интервалы между нулями передаточной функции уменьшатся, следовательно появляется возможность уменьшения ширины ПР, даже если узлы интерполирования выбраны как в ПП так и в ПР [5]. Очевидно, что увеличение порядка ГФ m приводит к увеличению размерности полинома kl при фиксированных частотах среза. Если после достижения альтернанса в ПП $\Delta a < \Delta a_m$, целесообразно повысить требования к a_r в ПЗ или уменьшить число узлов интерполирования в ПР, или понизить порядок гребенчатого фильтра. В этом случае требования к ХЗ в ПП по величине Δa_m будет выполнено, но без достижения альтернанса.

При расчете многополосного фильтра, учитывая общее использование ГФ, задача аппроксимации существенно усложняется. При аппроксимации, решая оптимизационную задачу, у разработчика возникает большое поле для творческого подхода [2].

После решения задачи оптимизации, весовые коэффициенты A_k , определенные методом интерполирования, примут значения: $A_9=0,3087219$; $A_{10}=0,9518838$; $A_{11}=0,9965412$; $A_{12}=1,0146074$; $A_{13}=1,0050653$; $A_{14}=0,9991189$; $A_{15}=1,0202318$; $A_{16}=0,9909259$; $A_{17}=0,9670579$; $A_{18}=0,3258511$.

Результующая ХЗ с оптимизированными коэффициентами A_k представлена на рис. 9.

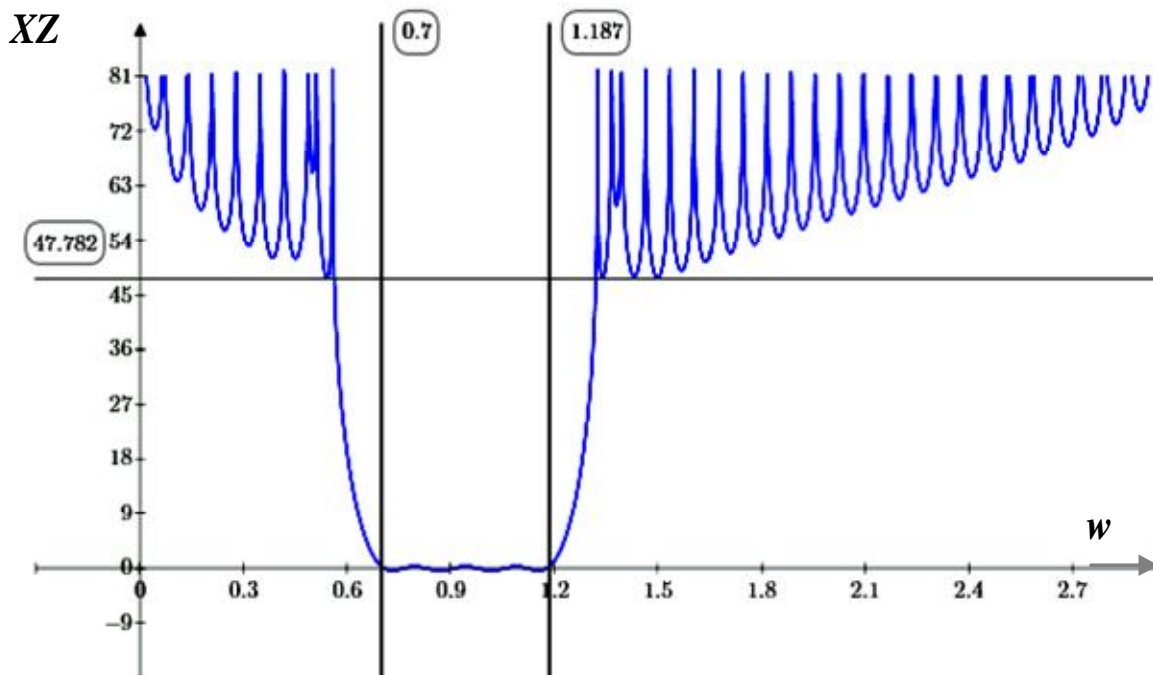


Рис. 9. Результующая ХЗ с оптимизированными коэффициентами A_k

Для большей наглядности на рис. 10 изображена ХЗ рассчитанного фильтра в ПП.

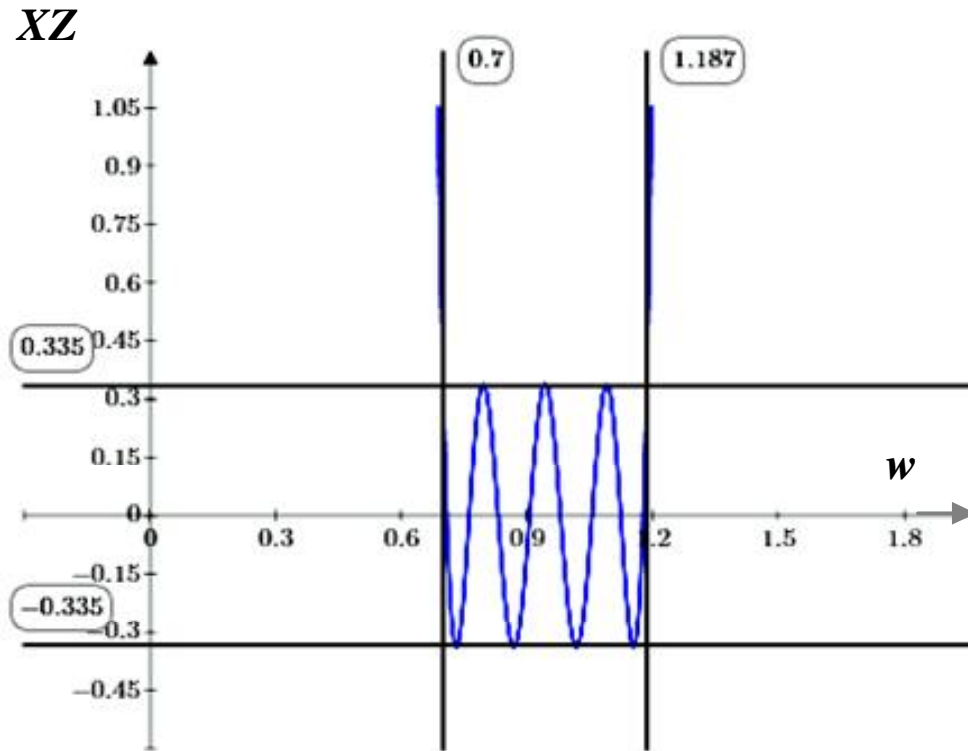


Рис. 10. ХЗ рассчитанного фильтра в ПП

Нормировка ХЗ относительно нуля оси ординат в данном случае не проводилась.

На рис. 10 хорошо видно, что Чебышевский альтернанс в полосе пропускания достигнут. Пульсации на границах полосы пропускания фильтра отсутствуют. Достигнутое гарантированное затухание в полосах задерживания удовлетворяет заданное.

Литература

1. Сергиенко А. Б. Цифровая обработка сигналов / А. Б. Сергиенко. – С-Пб.: Питер, 2003. – 607 с.
2. Бондарев В. Цифровая обработка сигналов. Методы и средства / В. Бондарев, Г. Трестре, В. Чернега. – М.: Конус, 2001. – 398 с.
3. Рыбка С. В. Рекурсивные цифровые фильтры с линейной фазочастотной характеристикой / С. В. Рыбка, С. Н. Мансуров // Известия ВУЗов. Радиоэлектроника. – 1994. – Т. 37, № 11. – С. 37-42.
4. Банди Б. Метод оптимизации. Вводный курс; пер. с англ. В.А. Волынского. –М.: Радио и связь, 1988. –128 с.
5. Ханзел Г. Е. Справочник по расчету фильтров / под. ред. А. Е. Знаменского; пер. с англ. В. А. Старостина. – М.: Советское радио, 1974. – 288 с.