681.325.5; 681.325.65

Бойченко О. В., Кримський юридичний інститут
Торошанко Я. І., Державний університет інформаційно-комунікаційних технологій

ШВИДКОДІЮЧІ БАГАТОДОДАНКОВІ СУМАТОРИ КОМБІНАЦІЙНОГО ТИПУ

Проведено аналіз способів побудови однотактних багатододанкових суматорів. Запропонована схемна реалізація такого суматора на основі багатовходових однорозрядних суматорів, яка дає можливість отримати максимальну швидкодію для вибраного базису перемикальних функцій.

Ключові слова: комбінаційна схема, матричний суматор, пірамідальний суматор, одноступеневий суматор, швидкодія, ціна по Квайну

Постановка задачі. Під час проектування швидкодіючих спеціалізованих комп'ютерних пристроїв часто виникає потреба одночасного додавання декількох багаторозрядних чисел, н-д, в системах статистичної обробки інформації, криптографічних системах, при апаратній реалізації пристроїв множення, ділення та інших більш складних функцій. Послідовне циклічне виконання таких операцій над двома операндами в кожному циклі [1, 2] призводить до значного збільшення часу обробки інформації і в багатьох випадках такі рішення непридатні для систем реального часу.

Способи побудови таких багатододанкових суматорів (БДС) можна класифікувати за такими признаками: *багатотактний БДС,* який побудований на основі 2-входового суматора накопичувального типу та *однотактний БДС,* в основу побудови якого покладене послідовне з'єднання 2-входових багаторозрядних суматорів комбінаційного типу [2, 3]. У першому випадку операція додавання здійснюється за L-1 такт, де L — кількість доданків. У кожному такті до накопиченої суми додається один доданок. У другому випадку (однотактний БДС) всі доданки поступають на входи схеми одночасно. Операція здійснюється за один такт, час додавання визначається затримкою в послідовному з'єднанні комбінаційних суматорів. В [1-4] описані загальні підходи до побудови обох типів БДС.

Багатоактний БДС накопичувального типу, його побудова та робота описані в [5, 6]. Сума L чисел (доданків) формується послідовним додаванням доданків за L тактів, тому швидкодія такого суматора невелика.

Очевидно, що шляхи для підвищення швидкодії БС полягають в синтезі комбінаційних схем, в яких сума декількох чисел формується за один такт. В літературних джерелах по цифровій техніці [1-3, 7] даються загальні підходи до побудови двох типів однотактних БДС.

Однотактний матричний БДС складається із послідовно з'єднаних 2-доданкових m-розрядних суматорів, створюючи при цьому прямокутну *матрицю* однорозрядних суматорів (рис. 1), при цьому $m = n + k = \left|\log_2 L\right| + \left|\log_2\left(2^n - 1\right)\right|$ — розрядність максимального значення суми, n — розрядність доданків, k – кількість *додаткових* розрядів для представлення суми всіх доданків, а «$\left| \; \right|$» означає закруглення до найближчого більшого цілого числа [3, 7]. Така побудова призводить до надлишкових апаратних витрат, тому що значення сум, які формуються на виходах проміжних ступенів, мають розрядність меншу, ніж m.

Схема та принцип побудова матричного БДС із врахуванням розрядності суматорів, які використовуються на кожному ступені, приведені в [6]. Кожен i-й ступінь ($i = L - 1$ складається із 2-доданкового суматора SM, розрядність якого зростає по мірі збільшення номера ступеня i. Закономірність зростання розрядності суматорів по ступенях, а також апаратні витрати та швидкодія детально проаналізовані в [6].

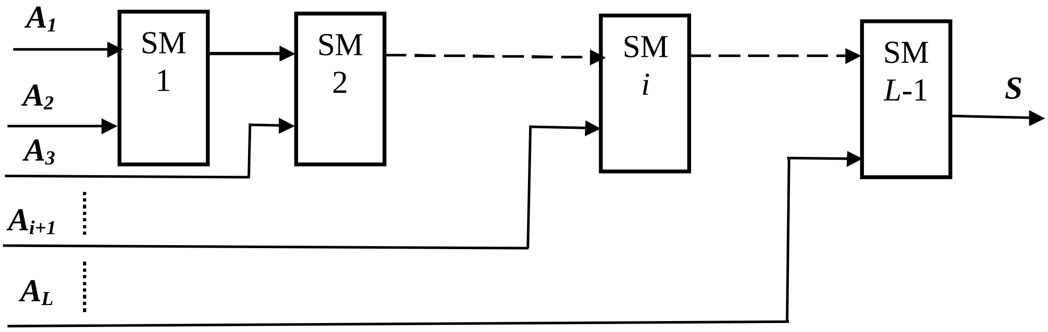

Рис. 1. Однотактний матричний суматор

Загальна кількість однорозрядних 2-входових суматорів Q_{M_SM}, з яких складається розглянутий БДС (апаратні витрати в базисі однорозрядних 2-входових суматорів), визначається виразом [6]:

$$Q_{M\_SM} = n\left(L-1\right)+2\left(\frac{L}{2}-\frac{L}{2^k}\right)-(k-1).$$

Для оцінки апаратних витрат схеми, виконаної в певному базисі логічних елементів, будемо використовувати ціну по Квайну, як загальну кількість входів всіх логічних елементів, з яких складається схема [1].

Враховуючи, що ціна по Квайну однорозрядного 2-входового суматора, виконаного в базисі логічних елементів «І-АБО-НЕ», за умови забезпечення мінімального часу затримки (3 логічні елементи) дорівнює 40 [1-3], отримуємо вираз для оцінки апаратних витрат матричного БДС:

$$Ц_M = 40Q_{M\_SM} = 40\left[n\left(L-1\right)+2\left(\frac{L}{2}-\frac{L}{2^k}\right)-(k-1)\right], \quad (1)$$

де $Ц_M$ — ціна по Квайну матричного БДС.

В [6] швидкодія (максимальний час формування вихідних функцій) матричного БДС визначена через час формування в однорозрядному суматорі міжрозрядного переносу T_p і суми T_s, тобто в базисі однорозрядних суматорів:

$$T_{M\_SM} = \left(n+k-1\right)T_P + \left(L-1\right)T_s.$$

Представляючи швидкодію матричного БДС в базисі «І-АБО-НЕ» і враховуючи, що в цьому базисі $T_p = T_s = 3T_{le}$, отримуємо:

$$T_M = 3T_{le}\left(n+k-1\right)+\left(L-1\right), \quad (2)$$

де T_M — час формування вихідної функції в матричному БДС, T_{le} — час затримки в одному логічному елементі І, АБО чи НЕ.

Однотактний пірамідальний БДС, його побудова та принцип роботи описні в роботі [3]. Кількість ступенів такого БДС визначається як $k = \left|\log_2 L\right|$. На першому ступені кількість n-розрядних суматорів дорівнює $\frac{L}{2}$ (доданки A_i об'єднуються попарно). Виходи сум першого ступеня об'єднуються знову попарно і поступають на суматори другого ступеня і.т.д. Починаючи з другого розрядність суматорів кожного наступного ступеня збільшується на «1» у порівнянні з попереднім ступенем.

На рис. 2 приведена структурна схема 8-доданкового пірамідального БДС.

В [6] приведені детальні оцінки складності та швидкодії такого БДС. Апаратні витрати в

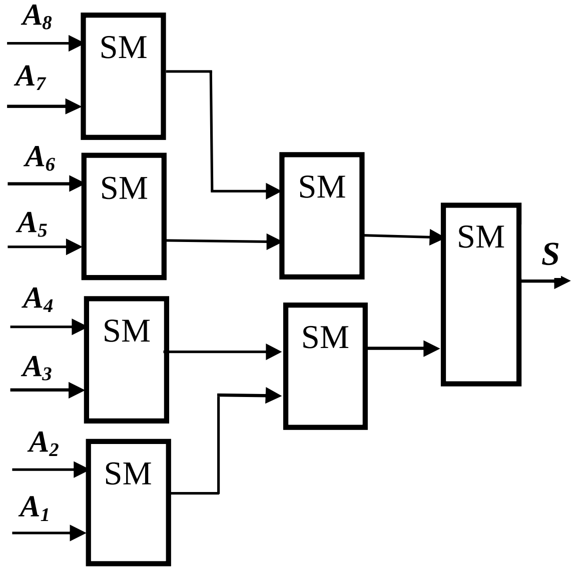

Рис. 2. БДС пірамідального типу

базисі однорозрядних суматорів визначені як:

$$Q_{P\_SM} = n\left(L-1\right)+\sum_{i=1}^{k}\frac{L}{2^i}\left(i-1\right).$$

Тоді ціна по Квайну пірамідального БДС в базисі логічних елементів «І-АБО-НЕ», за тієї ж, що і для матричного БДС, умови забезпечення мінімального часу затримки (3 логічні елементи), буде визначатися виразом:

$$Ц_П = 40\,Q_{P\_SM} = 40\left[n\left(L-1\right)+\sum_{i=1}^{k}\frac{L}{2^i}\left(i-1\right)\right] \quad (3)$$

Максимальний час формування суми в пірамідальному БДС, побудованому на основі 2-входових однорозрядних суматорів, визначається як :

$$T_{P\_SM} = \left(n+k-1\right)T_P + kT_s .$$

Таким же чином, як і для матричного БДС, швидкодія БДС пірамідального типу в базисі «І-АБО-НЕ» визначається виразом:

$$T_П = 3T_{P\_SM} = 3\Big[\left(n+k-1\right)T_P + kT\Big]_s \quad (4)$$

БДС на основі багатовходових однорозрядних суматорів. БДС матричного та пірамідального типу мають багатоступеневу структуру, що призводить до збільшення часу формування суми внаслідок проходження сигналів через усі ступені.

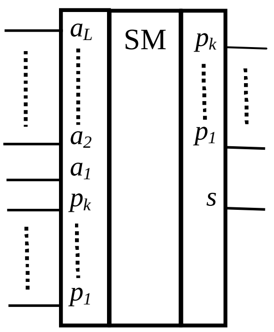

Рис. 3. Багатовходовий однорозрядний суматор

Для зменшення часу формування вихідної функції *пропонується* одноступенева структура БДС, в основу якої покладене використання багатовходових однорозрядних суматорів (БВОС). Такий БВОС здійснює формування функцій суми та переносів одноіменних *i*-х розрядів усіх доданків БДС.

Умовне графічне позначення такого БВОС показане на рис. 3. Він містить в собі L входів a_1, a_2, ..., a_L, на які поступають значення одноіменних розрядів доданків A_1, A_2, …, A_L; k входів переносів із попереднього розряду p_1, …, p_k; вихід суми даного розряду s; k виходів переносів в наступний розряд p_1, …, p_k.

Кількість входів (виходів) переносу визначається із виразу:

$$k = \left\langle \log_2\left(L+k\right)\right\rangle ,$$

де дужки $\langle\ \rangle$ означають округлення до найближчого меншого цілого числа.

Побудова багаторозрядних БДС на основі БВОС здійснюється таким же чином, як і 2-доданкових суматорів (рис. 4). На входи $a_1,\ldots,a_L$ i-го (i+1-го) БВОС подаються значення i-го (i+1-го) розрядів усіх L доданків. Виходи переносів з кожного i-го розряду подаються на відповідні входи переносів наступного i+1-го розряду.

Значення суми s та переносів $p_1\ldots p_k$ багатовходового однорозрядного суматора формуються як функції від $L+k$ аргументів у вибраному базисі згідно правил і положень теорії перемикальних функцій.

Дамо оцінку складності БВОС при його реалізації в базисі «І, АБО, НЕ».

Під час проведення дослідження автори прийшл до висновку, що найбільш оптимальним з точки зору апаратних витрат є варіант, коли загальна кількість входів БВОС $L+k=2^t-1$, де t — ціле число.

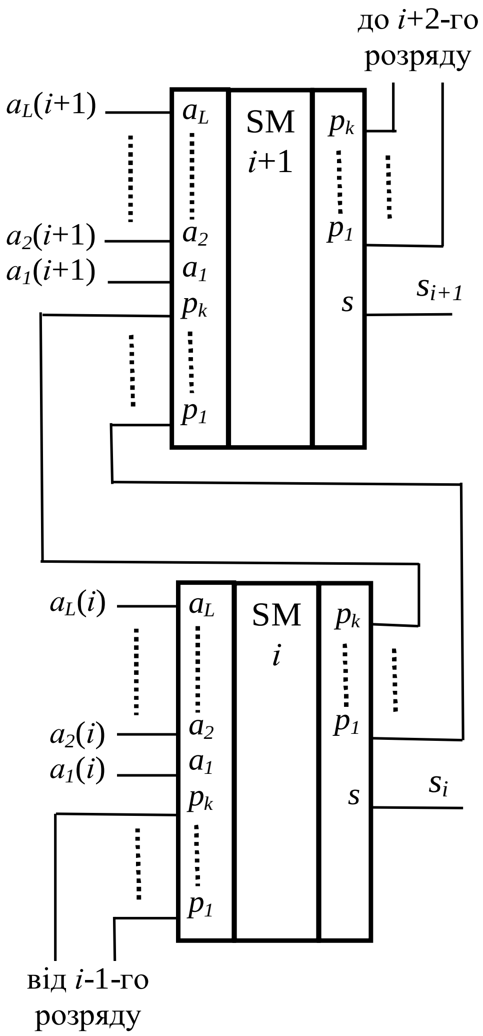

Рис. 4. Багаторозрядний БДС на основі БВОС

В цьому випадку, якщо проаналізувати загальновідомі таблиці істиності для функцій суми і переносу, можна зауважити, що кількість наборів, на яких ці функції приймають значення "0" і "1", однакові. Тому для синтезу БВОС можна в однаковій мірі використовувати як доконану диз'юнктивну (ДДНФ), так і доконану кон'юнктивну (ДКНФ) нормальну форми.

Таким чином, кожна із функцій s, $p_1,\ldots,p_k$ буде представляти собою в ДДНФ диз'юнкцію мінтермів m_i, а в ДКНФ — кон'юнкцію макстермів M_j. Кількість мінтермів (макстермів) для кожної функції дорівнює $V = 2^{L+k}/2$, тобто половина наборів.

Зауважимо: за визначенням мінтерм — це перемикальна функція, яка приймає значення "1" тільки на одному наборі і представляє собою кон'юнкцію всіх аргументів, взятих з інверсією чи без інверсії. В нашому випадку маємо:

$$m_i = \tilde{a}_1 \tilde{a}_2 \ldots \tilde{a}_L \tilde{p}_1 \ldots \tilde{p}_k .$$

Макстерм — це перемикальна функція, яка приймає значення "0" тільки на одному наборі і представляє собою диз'юнкцію всіх аргументів, взятих з інверсією чи без інверсії. В нашому випадку:

$$Mj = \tilde{a}_1 \vee \tilde{a}_2 \vee \ldots \vee \tilde{a}_L \vee \tilde{p}_1 \vee \ldots \vee \tilde{p}_k .$$

Таким чином, схемна реалізація в ДДНФ (ДКНФ) кожної із функцій s, $p_1,\ldots,p_k$ представляє собою 3-ступеневу структуру: 1-й ступінь — $L+k$ інверторів вхідних аргументів; 2-й ступінь — $V = 2^{L+k}/2$ $(L+k)$-входових логічних елементів "І" ("АБО"); 3-й ступінь — V-входовий елемент "АБО" ("І"). Виходячи з цього, ціна по Квайну $Ц_{БВОС\_Д}$ однієї із функцій БВОС, реалізованій в ДДНФ (ДКНФ), визначається як:

$$Ц_{БВОС\_Д} = [L+k] + \left[(L+k) \times 2^{L+k}/2\right] + \left[2^{L+k}/2\right].$$

У виразі (5) у квадратних дужках вказані ціни по Квайну відповідних ступенів.

Як показала перевірка на декількох конкретних прикладах, використовуючи відомі правила перетворення логічних перемикальних функцій (склеювання, поглинання), ціна по Квайну кожної із функцій БВОС, представленої в ДДНФ (ДКНФ), скорочується приблизно наполовину (за умови забезпечення мінімального часу затримки — 3 логічні елементи). Зважаючи на вище сказане та враховуючи всі $K+1$ функції (s, $p_1,\ldots,p_k$), отримуємо вираз для оцінки складності БВОС:

$$Ц_{БВОС} = 0,5(k+1)\times\left\{[L+k]+\left[(L+k)\times 2^{L+k}\big/2\right]+\left[2^{L+k}\big/2\right]\right\} \tag{5}$$

Швидкодія розглянутого БВОС визначається тільки затримкою формування функції переносу в кожному розряді (3 логічні елементи) та розповсюдженням через n розрядів БДС:

$$T_{БВОС} = 3T_{le}n\,. \tag{6}$$

Висновки. Із порівняльної оцінки розглянутих БДС випливаютьтакі особливості БДС.

Найменших апаратних витрат потребує реалізація багатотактних БДС накопичувального типу. Невисока швидкодію цих БДС обмежує область їх застосування, зокрема в системах реального масштабу часу.

Однотактні БДС на основі багатовходових однорозрядних суматорів мають найвищу швидкодію, оскільки час формування вихідних функцій в них визначається тільки послідовним розповсюдженням сигналів переносу (6). Вказане обумовлює доцільність їх використання в цифрових пристроях, де основною є вимога забезпечення високої швидкодії, в системах реального часу. Апаратні витрати на побудову таких БДС більші у порівнянні з однотактними БДС матричного та пірамідального типу. Зауважимо при цьому, що показник апаратних витрат для сучасної технології цифрових схем не є критичним.

Порівнюючи БДС матричного і пірамідального типу перевагу за швидкодією слід віддати останнім (пірамідального типу). Як видно із (2) і (4), час формування сигналу переносу в них одинаковий, час формування суми у пірамідального суматора менший. Апаратні витрати на побудову однотактних БДС пірамідального і матричного типу одинакові (можна показати, що вирази (1) і (3) однакові).

До недоліків пірамідального суматора слід віднести деякі складнощі практичної реалізації доробок до уже існуючого суматора, коли виникає необхідність збільшення числа доданків. В БДС матричного типу просто добавляються додаткові ступені без змін в існуючій схемі, у пірамідальному суматорі необхідні доробки в кожному ступені і, при необхідності, добавляються додаткові ступені. В однотактних БДС на основі багатовходових в однорозрядних суматорів такі доробки можна здійснити тільки шляхом добавлення додаткового ступеню, що зменшує показники швидкодії.

Література

1. Самофалов, К.Г. Цифровые ЭВМ. Теория и проектирование : учеб. пособ. / К. Г. Самофалов, В. И. Корнейчук, В. П. Тарасенко ; под общ. ред. К. Г. Самофалова. – К.: Вища школа, 1989. – 424 с.

2. Калабеков Б.А. Цифрові пристрої і мікропроцесорні системи / Б. А. Калабеков. – М.: Гаряча лінія – Телеком, 2000.

3. Карцев М. А. Арифметика цифровых машин / М. А. Карцев. – М.: Наука. 1969. – 576 с.

4. Угрюмов Е. Цифрова схемотехніка / Е. Угрюмов . – С.-Пб.: «БХВ-Петербург», 2002.

5. Пампущенко М. В. Накопичувальний багатовходовий суматор / М. В. Пампущенко, О. С. Торошанко // Матер. наук.-практ. семінару «Проблеми розвитку телекомунікаційних мереж», листопад-грудень 2008 р., м. Київ, УНДІЗ. – 2008. – С. 20-22.

6. Гундерич Г. А. До питання побудови спеціалізованих цифрових пристроїв зв'язку / Г. А. Гундерич, М. С. Височіненко, О. С. Торошанко // Наукові записки Українського науково-дослідного інституту зв'язку. – 2010. – № 3(15). – С. 35-41.

7. Папернов А.А. Логические основы ЦВТ : учеб. пособие / А. А. Папернов. М.: Сов. радио, 1972. – 592 с.