УДК 519.718:004.052

Т. П. Маркова, Н.В. Сахнюк
Луцький національний технічний університет,

РОЗРАХУНОК ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ В ТРУБОПРОВОДІ ПРИ СТРИБКОПОДІБНИХ ЗМІНАХ ТИСКУ НА ВХОДІ

Проведено розрахунки перехідних процесів в трубопроводі при стрибкоподібних замінах тиску на вході. Розв'язок знайдений для випадку, коли тиск на виході трубопроводу залишається постійним і рівний початковому тиску в трубопроводі.

Ключові слова: *пневматична система, тиск, трубопровід.*

Розглянемо найбільш характерні для пневматичних систем випадки передачі пневматичних сигналів, коли в початку трубопроводу стоїть пневматичний прилад (пневморозподільник), в результаті спрацьовування якого тиск на вході трубопроводу змінюється стрибкоподібно. При цьому, на виході трубопроводу знаходяться елементи управління непроточного типу (камери управління мембранних клапанів, золотникових пневморозподільників і т.д.), об'єм нехтуючи малий в порівнянні з об'ємом трубопроводу, чи проточного типу (струйні елементи). Знайдемо рішення для випадків, коли тиск на виході трубопроводу залишається постійним (за проточними елементами) і рівний початковому тиску в трубопроводі.

Якщо тиск на вході змінюється стрибкоподібно і залишається постійним на протязі всього розглядуваного інтервалу часу, тоді для всіх ділянок в виразах можемо записати:

$$P_{0_1}(t) = P_{0_2}(t) = P_{0_3}(t) = ... = P_{0_4}(t) = P_0.$$

Винесемо у рівностях величину P_0 із під знака суми. В результаті отримаємо:

$$P_{\varphi_n}(\tau) = H(n) P_0 \sum_{i=0}^{i=n-1} \alpha^i, \qquad (1)$$

$$P_{\psi_m}(t) = H(m-1) \frac{K - c_2}{K + c_2} P_0 \sum_{i=0}^{i=m-2} \alpha^i. \qquad (2)$$

Сума в правій частині кожного виразу представляє собою суму геометричної прогресії $\alpha^i = a^{i-1} \quad (i \in \{1 \div k\})$ зі знаменником α.

Отже, для кожного із виразів (1) і (2) можемо записати:

$$\sum_{i=0}^{i=n-1} \alpha^i = \frac{\alpha^n - 1}{\alpha - 1}; \qquad (3)$$

$$\sum_{i=0}^{i=m-2} \alpha^i = \frac{\alpha^{m-1} - 1}{\alpha - 1}. \qquad (4)$$

Тоді вираз (1) для розрахунку функції $P_{\varphi_n}(t)$ на будь-якій з ділянок від n=1 до ∞ з врахуванням (3) буде мати вигляд:

$$P_{\varphi_n}(t) = P_{\varphi}(t) = P_0 \frac{\alpha^n - 1}{\alpha - 1}. \qquad (5)$$

Однак отриманий вираз (5) справедливо і для ділянки з номером «0». Дійсно, представивши цю ділянку рівною нулю для n=0 отримаємо:

$$P_{\varphi_0}(t) = 0,$$

що відповідає отриманій умові (для розглядуваного випадку A=0). Таким чином, отриманий вираз описує усі ділянки, починаючи з інтервалу «- *l/c*».

Для функції $P_{\psi}(t)$ з виразу (2) з урахуванням (4) $m \geq 2$ отримаємо:

$$P_{\psi_m}(t) = P_{\psi}(t) = \frac{K - c_2}{K + c_2} P_0 \frac{\alpha^{m-1} - 1}{\alpha - 1}. \qquad (6)$$

Отримана залежність справедлива для розрахунку функції $P_\psi(t)$ при $t \ge l/c$, тобто $m \ge 2$. Однак діапазон застосування цієї формули можна розширити і на інтервал $l/c \ge t \ge 0$.

Таким чином, з врахуванням (5) і (6) вираз зміни тиску на кожній розглядуваній ділянці буде мати вигляд:

$$P_n(t) = \frac{P_0}{\alpha - 1}\left[(\alpha^n - 1) + \frac{K - c_2}{K + c_2}(\alpha^{m-1} - 1)\right]. \quad (7)$$

Підставляємо значення n і m, P_φ в рівняння (7), після перетворень отримаємо наступний вираз, описуючий зміни тиску в трубопроводі:

$$P(t,x) = \frac{P_M c_1}{(c_1 + c_2)}\left[1 - \frac{K + c_2}{2K}\alpha^{\left[E\left(\frac{t - x/c}{2l/c}\right)+1\right]} - \frac{K - c_2}{2K}\alpha^{E\left(\frac{t + x/c}{2l/c}\right)}\right], \quad (8)$$

де у відповідності:

$$K = \frac{f}{c}$$

$$\alpha = \frac{(K - c_1)(K - c_2)}{(K + c_1)(K + c_2)}.$$

Виведемо рівняння зміни витрати в трубопроводі:

$$G(x,t) = G_\varphi(t - x/c) + G_\psi(t + x/c).$$

Звідси, маючи, що $G\varphi(t - x/c) = KP_\varphi(t - x/c)$ і $G_\psi(t + x/c) = -KP_\psi(t + x/c)$, отримаємо:

$$G(x,t) = K\left[P_\varphi(t - x/c) - P_\psi(t + x/c)\right].$$

Тоді для довільної ділянки $m=n$ можемо записати:

$$G(x,t) = K\left[P_{\varphi_n}(t - x/c) - P_{\psi_m}(t + x/c)\right].$$

Підставимо значення функцій $KP_{\varphi_n}(t - x/c)$ і $KP_{\psi_m}(t + x/c)$ із виразів (1.5) і (1.6) в отриманий вираз:

$$G(x,t) = \frac{P_0 K}{(\alpha - 1)}\left[(\alpha^n - 1) - \frac{K - c_2}{K + c_2}(\alpha^{m-1} - 1)\right].$$

Остаточно після підстановки значень n і m із виразів (2.36) і (2.42) і нескладних перетворень отримаємо рівняння зміни витрати в трубопроводі:

$$P(t,x) = \frac{P_M c_1 c_2}{(c_1 + c_2)}\left[1 - \frac{K + c_2}{2c_2}\alpha^{\left[E\left(\frac{t - x/c}{2l/c}\right)+1\right]} - \frac{K - c_2}{2c_2}\alpha^{E\left(\frac{t + x/c}{2l/c}\right)}\right]. \quad (9)$$

Виконаємо аналіз отриманого рівняння зміни тиску в трубопроводі (8). Для цього впевнимося, що воно відповідає початковим і граничним умовам.

Так як рівняння (8) є сума функцій, то дифференціювавши послідовно вирази по t і x, не складно впевнитися, що розв'язок (8) являється розв'язком цього рівняння .

Покажемо, що отриманий розв'язок (8) задовольняє початковим умовам. Розглянемо момент часу t=0. Підставляючи в рівняння (8) t=0, отримаємо:

$$P(0,x) = \frac{P_M c_1}{(c_1 + c_2)}\left[1 - \frac{K + c_2}{2K}\alpha^{\left[E\left(\frac{-x}{2l}\right)+1\right]} - \frac{K - c_2}{2K}\alpha^{E\left(\frac{x}{2l}\right)}\right]. \quad (10)$$

При зміні координати x від 0 до l/c показники при α рівні 0:

$$E\left(\frac{-x}{2l}\right) + 1 = 0,$$

$$E\left(\frac{x}{2l}\right) = 0.$$

Підставимо значення показників в рівняння (10), після перетворень отримаємо:

$$P(0,x)=0,$$

що відповідає початковій умові .

Перевіримо другу початкову умову, яка для розглядуваного випадку має вигляд:

$$G_{\varphi}(-x/c)+G_{\psi}(x/c)=0 \qquad (11)$$

В цьому випадку вираз (9) буде мати вигляд

$$G(t,x)=\frac{P_M c_1 c_2}{(c_1+c_2)}\left[1-\frac{K+c_2}{2c_2}\alpha^{\left[E\left(\frac{-x/c}{2l/c}\right)+1\right]}+\frac{K-c_2}{2c_2}\alpha^{E\left(\frac{x/c}{2l/c}\right)}\right].$$

При зміні координати x від 0 до l/c показники при α рівні 0:

$$E\left(\frac{-x}{2l}\right)+1=0,$$

$$E\left(\frac{x}{2l}\right)=0.$$

В кінці після перетворень отримаємо:

$$P(0,x)=\frac{P_M c_1 c_2}{(c_1+c_2)}\left[1-\frac{K+c_2}{2c_2}\alpha^0+\frac{K-c_2}{2c_2}\alpha^0\right]=0,$$

що відповідає другій початковій умові.

Таким чином, розв'язок (9) задовольняє початковим умовам. Перевіримо, чи відповідають отримані розв'язки (5) і (6) граничним умовам:

$$P_{\varphi}(t)=\frac{c_1}{K+c_1}P_M(t)+\frac{K-c_1}{K+c_2}P_{\psi}(t). \qquad t\ge 0;$$

$$P_{\psi}(t)=\frac{K-c_2}{K+c_2}P_{\varphi}(t-2l/c), \qquad t\ge 0.$$

Підставимо значення функцій $P_{\varphi}(t)$ і $P_{\psi}(t)$ із (5) і (6) в представлені вирази, не важко впевнитися в тому, що вони перетворюються в тотожності, тобто розв'язки (5) і (6) задовольняють і граничним умовам.

Розглянемо часткові випадки пневматичних трубопроводів.

Заглушений трубопровід з незадросельованим входом. Для незадросельованого на вході трубопроводу з заглушеним виходом межем записати: $c_1=\infty$, $c_2=0$. Після не важких претворень із рівняння (8) отримаємо:

$$P(t,x)=\frac{P_M c_1}{(c_1+c_2)}\left[1-\frac{K+c_2}{2K}\alpha^{\left[E\left(\frac{t-x/c}{2l/c}\right)+1\right]}-\frac{K-c_2}{2K}\alpha^{E\left(\frac{t+x/c}{2l/c}\right)}\right], \qquad (12)$$

Знайдемо закон зміни тиску на кінці трубопроводу. Для цього підставимо в отримане рівняння (12) значення $x=l$. Після перетворень отримаємо:

$$P(t,l)=P_M\left[1-(-1)^{E\left(\frac{t+l/c}{2l/c}\right)}\right]. \qquad (13)$$

Графік зміни тиску на кінці трубопроводу, побудований по формулі (13), представлений на рис. 1.

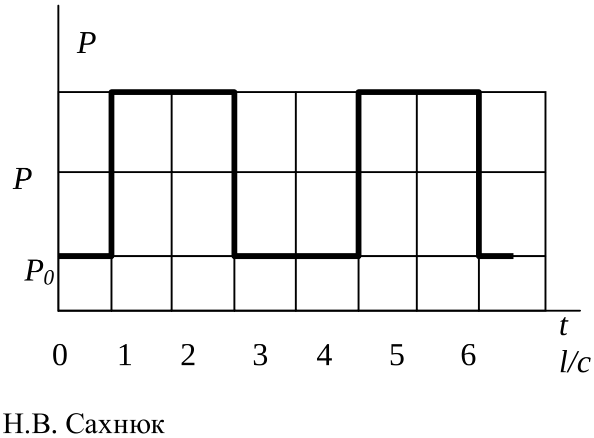

Рис. 1. Зміна тиску на кінці заглушеного трубопроводу

На рис. 2. представлені графіки зміни тиску по довжині трубопроводу в різні моменти часу. На рис. 2, *а* показано проходження прямої хвилі на протязі часу *l/c*, на рис. 2, *б* з'являється відбита хвиля.

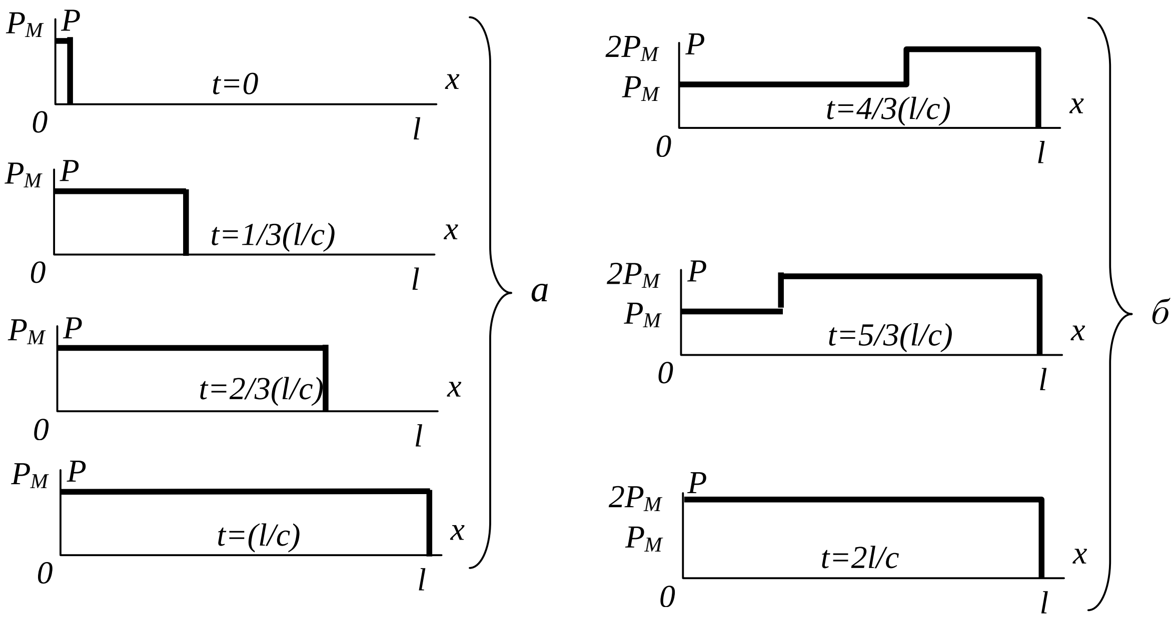

Рис. 2. Зміна тиску по довжині трубопроводу

1. Теорія автоматичного управління / Під ред.. А.А. Воронова. – М.: Вища школа, 1977. Ч.І. – 304 с.
2. Єгоров К.В. Основи теорії автоматичного управління. – М.: «Енергія», 1976.
3. Бронштейн И.Н., Семендяев И.А. Справочник по математике длч инженеров и учащихся втузов. М.: Наука, 1986. – 544 с.
4. Вайцер И.В. Анализ возможности работы приборов пневмоавтоматики на низком давлении. Вопросы пневмо- и гидроавтоматики. – М. Изд. АНССР, 1960.