

УДК 621.031  
 В.М.Тимошук  
 Луцький національний технічний університет

## ПРО ДЕЯКІ ОСОБЛИВОСТІ ЯВИЩА ДВОКРАТНОЇ САМОСИНХРОНІЗАЦІЇ ВІБРОЗБУДНИКІВ

*Розроблено математичну модель явища кратної самосинхронізації віброзбудників, встановлених на тримкому тілі, що здійснює плоскі коливання, показано добру узгодженість між чисельними та одержаними аналітичними і експериментальними результатами.*

Ключові слова: віброзбудник, тримке тіло, кратна самосинхронізація, плоскі коливання, лінійна коливальна система.

Під кратною слід розуміти самосинхронізацію механічних віброзбудників, при якій між ними встановлюються середні частоти обертання, кратні деякій синхронній частоті.

Дослідження і практична реалізація ефекту кратної самосинхронізації моногармонічних механічних збудників є значно простішими у випадку, коли збудники встановлені на нелінійній коливальній системі. У випадку лінійної системи в теоретичному плані слід розглядати випадок, коли умови існування і стійкості синхронних рухів знаходяться з вищих наближень, а в прикладному плані – тим чи іншим способом забезпечити достатній рівень нерівномірності обертання роторів в установленому режимі. Разом з тим задача про кратну синхронізацію механічних віброзбудників, що зв'язані з лінійною коливальною системою являє собою практичний інтерес.

Розглянемо двократну самосинхронізацію віброзбудників, тобто випадок, коли деякі збудники обертаються з кутовою швидкістю вдвічі більшою, ніж інші. Три дебалансних збудників, симетрично розміщені на м'яковіброізольованому тримкому тілі (мал. 1), яке може здійснювати плоскі коливання; площина осей обертання всіх віброзбудників проходить через центр тяжіння тримкого тіла, центральний віброзбудник розміщений в центрі тяжіння тримкого тіла.

Нехай всі віброзбудники, що приводяться в рух незалежними асинхронними двигунами, обертаються в однакових напрямках, при цьому кутова швидкість обертання центрального збудника в два рази більша швидкості крайніх.

Диференціальні рівняння руху такої системи з 3+і степенями вільності можуть бути представлені в формі [1]

$$I_i \ddot{\varphi}_i = L_i(\varphi_i) - R_i(\varphi_i) + m_i \varepsilon_i (\ddot{x} \sin \varphi_i + \ddot{y} \cos \varphi_i - r_i \ddot{\varphi} \cos \varphi_i + g \cos \varphi_i); \quad (1)$$

$$\dot{\varphi} \ddot{\varphi} + \ddot{\varphi} \dot{\varphi} = \sum_{i=1}^3 m_i \varepsilon_i (\ddot{\varphi}_i \sin \varphi_i + \dot{\varphi}_i^2 \cos \varphi_i)$$

$$\dot{\varphi} \ddot{\varphi} + \ddot{\varphi} \dot{\varphi} = \sum_{i=1}^3 m_i \varepsilon_i (\ddot{\varphi}_i \cos \varphi_i + \dot{\varphi}_i^2 \sin \varphi_i) \quad (2)$$

$$I \ddot{\varphi} + \ddot{\varphi} \dot{\varphi} = \sum_{i=1}^3 m_i \varepsilon_i r_i (\dot{\varphi}_i^2 \sin \varphi_i - \ddot{\varphi}_i \cos \varphi_i), i = 1, 2, 3$$

де  $I_i, m_i, \varepsilon_i, \varphi_i$  – відповідно, момент інерції ротора і-того збудника відносно осі обертання, його маса, ексцентриситет і кут повороту;  $x, y, \varphi$  – узагальнені координати, що визначають положення тримкого тіла;  $c_x, c_y, c_\varphi$  – коефіцієнти пружності по відповідних осях;  $k > 0$  – сумарний коефіцієнт демпфування;  $L_i(\varphi_i), R_i(\varphi_i)$  – відповідно обертальний момент і – того асинхронного електродвигуна і момент сил опору обертання;  $M, I$  – маса і момент інерції тримкого тіла;  $r_i$  – відстань від осі і – того віброзбудника до центра тяжіння тримкого тіла.

Головна задача полягає в тому, щоб виявити умови існування і стійкості кратносинхронних рухів віброзбудників, а також знайти наближений закон руху збудників і тримкого тіла в стійких синхронних рухах.

Розглянемо випадок, коли крайні віброзбудники однакові і їх осі віддалені від центра тяжіння тримкого тіла на рівні відстані, тобто  $m_1 \varepsilon_1 = m_3 \varepsilon_3; \varepsilon_1 = \varepsilon_3 = \varepsilon; r_1 = r_3 = r; r_2 = 0$ .

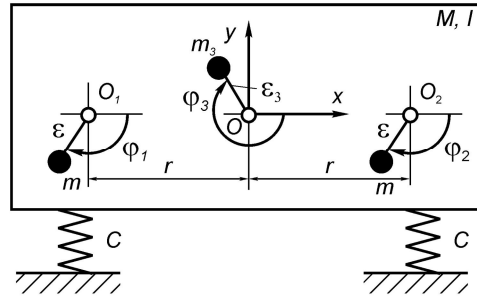


Рис.1 Схема вібраційної машини з прямолінійними коливаннями тримкого тіла

Розглянемо обертання ротора з кутовою швидкістю  $\varphi$ , яка є близькою до швидкості рівномірного обертання, а саме  $x = x(t, \omega t); y = y(t, \omega t), \varphi = \varphi(t, \omega t)$ .

$$\varphi = \omega t + \alpha(t) + \psi(t, \omega t); \quad (3)$$

де  $\omega$  – частота синхронного обертання;  $\alpha(t)$  – основна «повільна», а  $\varphi$  – мала «швидка»,  $2\pi$  – періодична по «швидкому часу»,  $\tau = \omega t$  – складові, при чому будемо вважати, що

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \psi(t, \tau) d\tau = 0,$$

тобто середнє значення швидкої складової дорівнює нулю.

Періодичні розв'язки рівнянь швидких рухів будемо знаходити у вигляді ряду за степенями малого параметра.

$$x^{(0)} = -\frac{m\varepsilon\omega^2}{M(\omega^2 - P_x^2)} \left[ \cos(\omega t + \alpha_1) + \cos(\omega t + \alpha_3) - \frac{4m_2\varepsilon_2}{M(4\omega^2 - P_x^2)} \cos(2\omega t + \alpha_2) \right]; \quad (4)$$

$$m_1 = m_3 = m; \quad \varepsilon_1 = \varepsilon_3 = \varepsilon; \quad P_x = \frac{c_x}{M};$$

$$y^{(0)} = -\frac{m\varepsilon^2}{M(\omega^2 - P_y^2)} \left[ \sin(\omega t + \alpha_1) + \sin(\omega t + \alpha_3) \right] + \frac{4m_2\varepsilon_2}{M(4\omega^2 - P_y^2)} \sin(2\omega t + \alpha_2); \quad (5)$$

$$m_1 = m_3 = m; \quad \varepsilon_1 = \varepsilon_3 = \varepsilon; \quad P_y = \frac{c_y}{M}$$

$$\varphi^{(0)} = \frac{m\varepsilon r \omega^2}{I(\omega^2 - P_\varphi^2)} \left[ \sin(\omega t + \alpha_1) - \sin(\omega t + \alpha_3) \right], \quad (6)$$

$$m_1 = m_3 = m; \quad \varepsilon_1 = \varepsilon_3 = \varepsilon; \quad P_\varphi = \frac{c_\varphi}{I}.$$

Для повільних рухів, одержимо

$$I_1 \ddot{\alpha}_1 + K_1 \alpha_1 = L_1(\omega) - R_1(\omega) + \frac{m^2 \varepsilon^2 \omega^2}{2M} \left( \frac{1}{1 - \lambda_x^2} + \frac{1}{1 - \lambda_y^2} - \frac{1}{1 - \lambda_\varphi^2} - \frac{Mr^2}{I} \right) \sin(\alpha_1 - \alpha_3) \quad (7)$$

$$I_3 \ddot{\alpha}_3 + K_3 \alpha_3 = L_3(\omega) - R_3(\omega) - \frac{m^2 \varepsilon^2 \omega^2}{2M} \left( \frac{1}{1 - \lambda_x^2} + \frac{1}{1 - \lambda_y^2} - \frac{Mr^2}{I} - \frac{1}{1 - \lambda_\varphi^2} \right) \sin(\alpha_1 - \alpha_3), \quad (8)$$

$$\text{де } \lambda_x = \frac{P_x}{\omega}, \quad \lambda_y = \frac{P_y}{\omega}, \quad \lambda_\varphi = \frac{P_\varphi}{\omega}.$$

$$I_2 \ddot{\alpha}_2 + K_2 \alpha_2 = L_2(2\omega) - R_2(2\omega). \quad (9)$$

Рівняння руху (7), (8), (9) містять лише різниці фаз віброзбудників, що обертаються з однаковими частотами. Таким чином, у "нульовому" наближенні існує динамічний зв'язок лише між віброзбудниками, що обертаються з однаковими частотами. А віброзбудники, що обертаються з кратними частотами "незв'язані" між собою. Тобто, розв'язавши задачу у "нульовому" наближенні, можна зробити висновок лише про можливість простої синхронізації збудників.

При більш точному розв'язанні даної задачі, що необхідно для виявлення ефекту кратної самосинхронізації, одержимо диференціальні рівняння повільних процесів встановлення синхронних рухів роторів віброзбудників.

$$I_1 \ddot{\alpha}_1 + K_1 \alpha_1 = L_1(\omega) - R_1(\omega) + \frac{m^2 \varepsilon^2 \omega^2}{2M} \left( \frac{1}{1-\lambda_x^2} + \frac{1}{1-\lambda_y^2} - \frac{1}{1-\lambda_\varphi^2} \frac{Mr^2}{I} \right) \cdot \sin(\alpha_1 - \alpha_3) - \frac{8m^2 \varepsilon^2 m_2 \varepsilon_2 g}{I_1 M} \left( \frac{1}{4-\lambda_x^2} + \frac{1}{4-\lambda_y^2} \right) \cos(2\alpha_1 - \alpha_2); \quad (10)$$

$$I_2 \ddot{\alpha}_2 + K_2 \alpha_2 = L_2(2\omega) - R_2(2\omega) + \frac{4m^2 \varepsilon^2 m_2 \varepsilon_2 g}{I_1 M} \left( \frac{1}{4-\lambda_x^2} + \frac{1}{4-\lambda_y^2} \right) \cdot \cos(2\alpha_1 - \alpha_2) + \frac{4m^2 \varepsilon^2 m_2 \varepsilon_2 g}{I_1 M} \left( \frac{1}{4-\lambda_x^2} - \frac{1}{4-\lambda_y^2} \right) \cos(2\alpha_3 - \alpha_2) \quad (11)$$

$$I_3 \ddot{\alpha}_3 + K_3 \alpha_3 = L_3(\omega) - R_3(\omega) - \frac{m^2 \varepsilon^2 \omega}{2M} \left( \frac{1}{1-\lambda_x^2} + \frac{1}{1-\lambda_y^2} - \frac{1}{1-\lambda_\varphi^2} \frac{Mr^2}{I} \right) \cdot \sin(\alpha_1 - \alpha_3) - \frac{8m^2 \varepsilon^2 m_2 \varepsilon_2 g}{I_1 M} \left( \frac{1}{4-\lambda_x^2} + \frac{1}{4-\lambda_y^2} \right) \cos(2\alpha_3 - \alpha_2) \quad (12)$$

Прирівнюючи до нуля праві частини рівнянь (10), (11), (12) одержимо співвідношення для визначення різниці фаз і частоти  $\omega$  в можливих стаціонарних рухах віброзбудників. При цьому достатньо обмежитися початковим наближенням цих величин. Наявність у рівнянь (10)-(12) розв'язків, в яких  $\alpha_1 - \alpha_2, \alpha_1 - \alpha_3, \alpha_2 - \alpha_3$  – дійсні, а  $\omega$  – додатне, є необхідною умовою можливості самосинхронізації віброзбудників.

Розв'язавши дану задачу методом прямого розділення рухів, одержимо умови існування і стійкості розв'язків (1), (2), що співпадають з умовами стійкості синфазного руху віброзбудників простої самосинхронізації. На прикладі цієї ж коливної системи проведено моделювання задачі про двократну синхронізацію віброзбудників.

На прикладі цієї ж коливної системи проведено моделювання задачі про двократну синхронізацію віброзбудників – випадку, коли центральний збудник обертається з подвійною частотою відносно крайніх. Встановлено, що при близьких парціальних частотах (розбіжність до 2-3%) самосинхронізація збудників досягається при досить інтенсивній вібрації тримкого тіла ( $A > 3,5 \text{ } \ddot{\text{m}} \text{ } \ddot{\text{m}}$ ). Так з рис. 2, рис. 3 слідує, що у цьому випадку після розгону двигунів різниця фаз між збудниками встановлюється сталою і наближено дорівнює теоретичному значенню –  $270^\circ$  (фактичне значення зсуву фаз між збудниками для наведених параметрів системи становить:  $2\varphi_1 - \varphi_3 = 256^\circ$ ,  $2\varphi_2 - \varphi_3 = 238^\circ$ ; при цьому віброзбудники, що обертаються з основною частотою обертаються майже синфазно  $\varphi_1 - \varphi_2 \approx 9^\circ$ ), крайні збудники обертаються синхронно, а центральний ротор обертається з кратно-синхронною швидкістю, що дорівнює подвійній швидкості основних збудників. Відмітимо, що коливання величини зсуву фаз між збудниками, що обертаються з кратними частотами на порядок більші, ніж між збудниками, що обертаються з близькими частотами (відповідно  $10^\circ$  і  $1^\circ$ ).

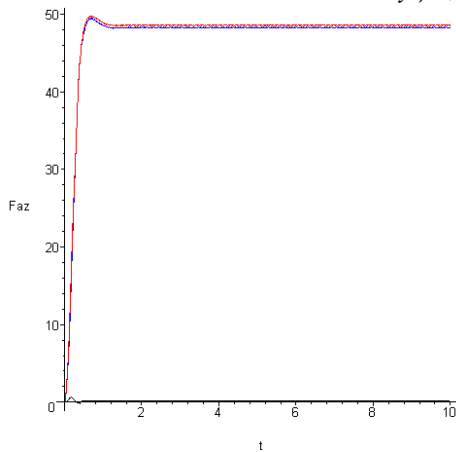


Рис. 2. Залежність різниці фаз між збудниками від часу: 1 –  $\varphi_1 - \varphi_2$ ; 2 –  $\varphi_1 - \varphi_3$

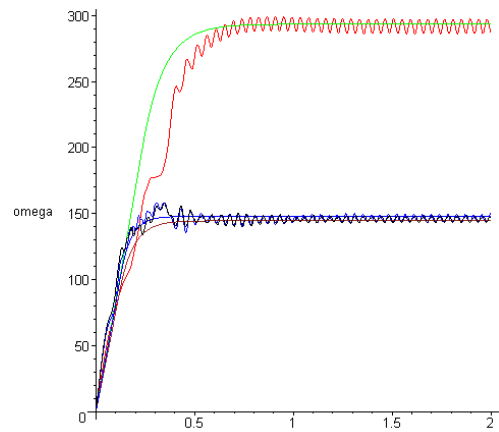


Рис. 3. Залежність від часу кутових швидкостей віброзбудників: 1 –  $\omega_1$ ; 2 –  $\omega_2$ ; 3 –  $\omega_3$

При більшому за 3% розкіді парціальних частот основних і „швидкого” збудників кратна самосинхронізація не встановлюється навіть при значних амплітудах коливань тримкого тіла. Таким чином, не зважаючи на існуючий вібраційний зв’язок між збудниками, що обертаються з кратними частотами, практично реалізувати ефект двократної самосинхронізації досить складно, оскільки максимальні значення вібраційних моментів у цьому випадку виявляються значно меншими, ніж відповідні моменти простої синхронізації. Для подолання існуючих труднощів можуть бути використані певні прийоми та пристрої, дія яких ґрунтується на збільшенні ступеня нерівномірності обертання роторів збудників. Проведено дослідження ефективності пристрою, в якому пружина одним кінцем шарнірно прикріплюється до збудника (що обертається з основною частотою), а іншим - до тримкого тіла, а також пристрою, що забезпечує пружний зв’язок віброзбудників, які обертаються з кратними частотами між собою (рис. 4). Показано, що для розглянутих коливних систем з трьома ступенями вільності ефективність обох пристроїв майже однакова. Враховуючи, що перший пристрій є простішим, та не має конструктивних обмежень другого пристрою, саме він рекомендується до використання. Встановлено, що для наступних параметрів системи:  $m_1 = 2,02 \text{ кг}$ ;  $m_2 = 2,07 \text{ кг}$ ;  $m_3 = 0,54 \text{ кг}$ ;  $\varepsilon_1 = 0,035 \text{ м}$ ;  $\varepsilon_2 = 0,037 \text{ м}$ ;  $\varepsilon_3 = 0,029 \text{ м}$ ;  $I_1 = 0,0033 \text{ кг м}^2$ ;  $I_2 = 0,0035 \text{ кг м}^2$ ;  $I_3 = 0,0016 \text{ кг м}^2$ ;  $M = 40,6 \text{ кг}$ ;  $I = 0,97 \text{ ґ} \cdot \text{і}^2$ ;  $r = 0,23 \text{ і}$   $c_x = 3 \cdot 10^5 \text{ Н/м}$ ;  $c_y = 4,5 \cdot 10^5 \text{ Н/м}$ ;  $c_\varphi = 2,4 \cdot 10^3 \text{ Н/м}$ ;  $d = 0,02 \text{ м}$ ;  $f_1 = 0,004$ ;  $f_2 = 0,008$ ;  $f_3 = 0,0035$ ;  $\mu = 0,001$ ;  $\mu_{\varphi 1} = 0,0007$ ;  $\mu_{\varphi 2} = 0,001$ ;  $\mu_{\varphi 3} = 0,0003$ ;  $N_1 = 0,18 \text{ кВт}$ ;  $N_2 = 0,174 \text{ кВт}$ ;  $N_3 = 0,18 \text{ кВт}$ , при жорсткості пружини  $c = 7 \cdot 10^3 \text{ І/і}$ , вдається розширити область стійкості кратно-синхронного обертання збудників – отримувати ефект кратної самосинхронізації при різниці у парціальних частотах до 5%. При цьому, на відміну від роботи [2] запропоноване інше конструктивне рішення пружного зв’язку віброзбудника з тримким тілом (рис. 5). В процесі експерименту підтверджено більшу ефективність такого пристрою. Відмітимо, що у випадку використання запропонованих пристроїв зменшується амплітуда коливань швидкостей та зсуву фаз між збудниками, що обертаються з кратними частотами. Суттєвим є те, що при кількості віброзбудників, що обертаються з основною частотою більше двох, достатньо лише одного такого пристрою.

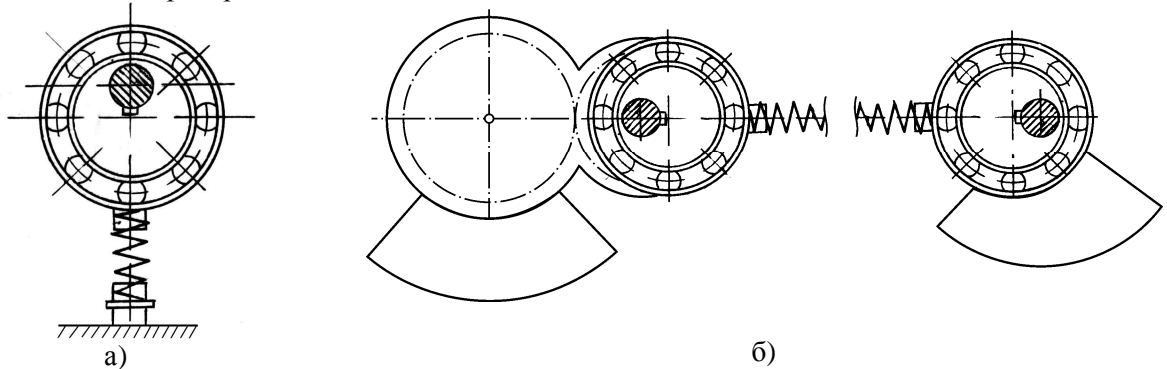


Рис. 4. Схеми пристроїв для підсилення ефекту кратної самосинхронізації

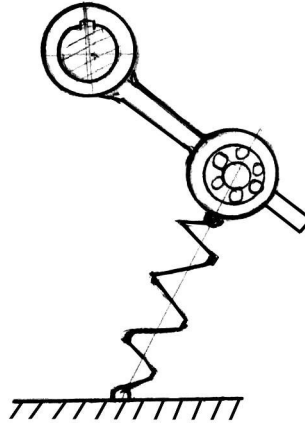


Рис. 5. Удосконалений пристрій для підсилення ефекту кратної самосинхронізації

Аналізуючи результати чисельного моделювання приходимо до наступних висновків:

– ефект самосинхронізації підсилюється при збільшенні статичних моментів віброзбудників. При цьому у випадку кратної синхронізації вплив віброзбудників, що обертаються з основною частотою, є значно вагомішим;

– є можливим розширити область стійкого синфазного обертання двох дебалансних віброзбудників симетрично встановлених на пружно підвішеному тримкому тілі можна шляхом збільшення жорсткості пружних елементів пов'язаної з поворотними коливаннями тримкого тіла; підсилити ефект самосинхронізації можливо шляхом вибору двигунів мінімально необхідної потужності та при виборі частоти обертання збудників наближеною до частоти власних коливань системи;

– запропоновані пристрої, що забезпечують пружний зв'язок віброзбудників з тримким тілом та між собою, дозволяють суттєво розширити область існування їх кратно-синхронних рухів;

– тенденція до самосинхронізації збудників зменшується при збільшенні маси тримкого тіла, моментів опору обертанню і моментів інерції роторів збудників, а також у випадку завищеної потужності двигунів;

– адекватність запропонованої методики числового моделювання та її розширені можливості порівняно з аналітичними методами дає змогу рекомендувати її для розв'язання задач динаміки вібраційних машин зі збудниками, що самосинхронізуються.

Таким чином, проведене чисельне моделювання явища самосинхронізації, показує добру узгодженість між чисельними та одержаними аналітичними і експериментальними результатами, дозволяє досліджувати вплив параметрів коливної системи на самосинхронізацію віброзбудників, а також визначити параметри пристроїв, що використовуються для підсилення ефекту самосинхронізації.

1. Ярошевич М.П., Тимошук В.М. Динамічна синхронізація  $k$  однакових механічних віброзбуджувачів на тримкому тілі з одним ступенем вільності. / *Машинознавство*. - 2004. №4. - С.18-22.
2. Ярошевич Н.П., Тимошук В.Н. Исследование устойчивости кратного-синхронного вращения механических вибраторов. *Межвуз. сб.науч.статей. Вопросы вибрационной технологии*. Ростов н/Д: ДГТУ. 2003. - С.54-58.