УДК 004.421.2

Іванюк Т.В.
Луцький національний технічний університет

ПЛАНУВАННЯ ТА ПРОВЕДЕННЯ ЕКСПЕРИМЕНТІВ З МОДЕЛЯМИ СИСТЕМ

Планування та проведення експериментів з моделями систем. В роботі розглянуто підходи планування експерименту та проаналізовано основні експериментальні плани, які використовуються при моделюванні складних систем. Зокрема, досліджено процес побудови моделі такими експериментальними планами як повний факторний експеримент, дробовий факторний експеримент та метод випадкового балансу.

Ключові слова: *планування експерименту, повний факторний експеримент, дробовий факторний експеримент, матриця планування, відтворюваність експерименту.*

Попереднім етапом розробки певних технічних, технологічних, інформаційних систем є побудова моделі відповідної системи. Методи комп'ютерного моделювання широко застосовуються в усіх сферах діяльності людини — від конструювання моделей технічних, технологічних та організаційних систем до вирішення проблем розвитку людства та всесвіту. Класичними об'єктами моделювання є інформаційні, виробничі, транспортні та інші логістичні системи, які в більшості випадків застосовуються для розв'язання задач проектування, реконструкції та довгострокового планування, а також використання моделей у контурі керування, тобто в реальному масштабі часу [3].

Не менш важливим кроком при розробці великих систем, коли існує досить багато факторів, наслідки впливу яких важко передбачити є планування експерименту, оскільки не завжди вдається відразу побудувати відповідну математичну модель.

Планування експерименту — це процедура вибору числа та умов проведення дослідів, необхідних та достатніх для вирішення задачі досліджень із заданою точністю.

Розрізняють два підходи планування експерименту:

1. класичний, при якому по черзі змінюється кожен фактор до визначення часткового максимуму при постійних значеннях інших факторів,
2. статистичний, де одночасно змінюють багато факторів.

При цьому суттєвим є: мінімізація числа дослідів; одночасне варіювання всіма параметрами; використання математичного апарата, який формалізує дії експериментатора; вибір чіткої стратегії, що дозволяє приймати обґрунтовані рішення після кожної серії експериментів.

Для проведення експерименту над моделями можна використати наступні експериментальні плани: повний факторний експеримент, дробовий факторний експеримент, метод випадкового балансу.

Повний факторний експеримент. Повним експериментом (ПФЕ) чинника називається експеримент, що реалізовує всі можливі комбінації рівнів n незалежних керованих чинників, що не повторюються, кожен з яких варіює на двох рівнях. Число цих комбінацій $N = 2^n$ визначає тип ПФЕ. Якщо розглянути реалізацію повного факторного експеименту для числа комбінацій $N = 2^n$, то в нашому випадку незалежними керованими чинниками будуть x1, x2, x3. При плануванні експерименту проводять перетворення розмірних керованих незалежних чинників xi в безрозмірні (нормовані)[2]:

$$z_i = (x_i - x_{i0})/\Delta x_i \qquad (1)$$

Це дає можливість легко побудувати ортогональну матрицю планування (МП) і значно полегшує подальші розрахунки, оскільки в цьому випадку верхні і нижні рівні варіювання $z_{iв}$ і $z_{iн}$ в відносних одиницях рівні відповідно +1 і –1 незалежно від фізичної природи чинників значень основних рівнів $x_{iв}$ і $x_{iн}$ інтервалів варіювання чинників Δx_i.

Якщо для трьохфакторної задачі теоретичне рівняння регресії щодо нормованих чинників має вигляд

$$M\{y\} = \beta_0 + \sum_{i=1}^{3} \beta_i z_i + \sum_{i=1}^{3} \beta_{il} z_i z_l + \beta_{123} z_1 z_2 z_3, \qquad (2)$$

то ПФЕ дає можливість знайти роздільні (не змішані один з одним) оцінки коефіцієнтів β_i. Оскільки зміна вихідної величини *y* носить випадковий характер, то є можливість визначити лише вибіркові коефіцієнти регресії b_i, b_{il} для оцінювання теоретичних коефіцієнтів β_i, β_{il}. Процес знаходження моделі (ідентифікації) методом ПФЕ складається з:

1) планування експерименту;
2) проведення експерименту на об'єкті дослідження;
3) перевірки відтворюваності (однорідності вибіркових дисперсій);
4) отримання математичної моделі об'єкту з перевіркою статистичної значущості оцінок вибіркових коефіцієнтів регресії;
5) перевірки адекватності математичного опису.

На етапі планування експерименту матрицю планування для розглядуваного ПФЕ (n=3) можна подати у вигляді таблиці (таблиця 1.):

g	z_0	z_1	z_2	z_3	z_1z_2	z_1z_3	z_2z_3	$z_1z_2z_3$
1	+1	–1	–1	–1	+1	+1	+1	–1
2	+1	+1	–1	–1	–1	–1	+1	+1
3	+1	–1	+1	–1	–1	+1	–1	+1
4	+1	+1	+1	–1	+1	–1	–1	–1
5	+1	–1	–1	+1	+1	–1	–1	+1
6	+1	+1	–1	+1	–1	+1	–1	–1
7	+1	–1	+1	+1	–1	–1	+1	–1
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1

Таблиця 1. Матриця планування ПФЕ

Її отримують за наступними правилами:

1) Кожен g-я рядок матриці містить набір координат z_{ig} точки, в якій проводиться g-й дослід ($i = 1, 2 ..., n$; $g = 1, 2 ..., N$).

2) Вводять фіктивну змінну z_0= +1 для визначення вільного члена b_0 рівняння регресії.

3) Оскільки змінні z_i приймають лише значення +1 і –1, всі взаємодії z_iz_l ($i, l = 1, 2, 3; i \neq l$) можуть приймати тільки такі ж значення.

4) В першому рядку (g = 1) всі керовані чинники вибирають на нижньому рівні, тобто z_i = –1. Наступні g-е варіанти варіювання при складанні МП вибирають так: при відрядковому переборі всіх варіантів частота зміни знаку чинників для кожного подальшого чинника z_{i+1} удвічі менше, ніж для попереднього zi (див. табл. 1), тобто знаки першого стовпця чергуються через один, другого – через два третього – через чотири.

Три стовпці керованих чинників утворюють власне план експерименту , а решта стовпців МП виходить перемножуванням відповідних значень керованих чинників і необхідні для розрахунку оцінок відповідних коефіцієнтів при взаємодіях.

Аналогічно можуть бути отримані плани для скільки завгодно великого числа n незалежних факторів.

Проведення експерименту на об'єкті дослідження. Оскільки зміна відгуку *y* носить випадковий характер, то в кожній точці x_g доводиться проводити *m* паралельних дослідів і результати спостережень y_{g1}, y_{g2} ..., y_{gm} усереднювати:

$$\bar{y}_g = \frac{1}{m}\sum_{k=1}^{m} y_{gk} \qquad (3)$$

Хай в даному випадку число паралельних дослідів в кожному рядку МП m = 3. Перед реалізацією плану на об'єкті необхідно рандомізувати варіанти варіювання чинників, тобто за допомогою таблиці рівномірно розподілених випадкових чисел або комп'ютерної програми для проведення процесу рандомізації визначити послідовність реалізації варіантів варіювання плану в N m дослідах.

Далі проводять експеримент, і результати спостережень експерименту відповідно варіантам варіювання плану записують в стовпці y_{g1}, y_{g2} y_{g3} (таблиця. 2), а в стовпці g_y записують усереднені значення.

Параллельные опыты

g	z_0	z_1	z_2	z_3	y_{g1}	y_{g2}	y_{g3}	$\bar{y}_g$	s_g^2
1	+1	–1	–1	–1	20,5	23,1	22,2	21,9	1,74
2	+1	+1	–1	–1	15,4	14,9	13,8	3	0,67
3	+1	–1	+1	–1	26,5	28,7	25,4	14,7	2,82
4	+1	+1	+1	–1	32,0	32,8	34,0	0	1,01
5	+1	–1	–1	+1	28,0	29,0	30,5	26,8	1,58
6	+1	+1	–1	+1	27,1	28,5	29,0	7	0,97
7	+1	–1	+1	+1	36,2	34,9	38,0	32,9	2,42
8	+1	+1	+1	+1	32,4	32,0	33,0	3	0,25
								29,1	
								7	
								28,2	
								0	
								36,3	
								7	
								32,4	
								7	

Таблиця 2. Результати спостережень експерименту відповідно варіантам варіювання плану

Перевірка відтворюваності експерименту є не що інше, як перевірка виконання другої передумови регресійного аналізу про однорідність вибіркових дисперсій g^2_s. Завдання полягає в перевірці гіпотези про рівність генеральних дисперсій $\sigma^2\{y_1\} = \sigma^2\{y_2\} = \dots = \sigma^2\{y_{2N}\}$ при дослідах в точках $\bar{z}_1, \bar{z}_2 \dots \bar{z}_N$. Оцінки дисперсій знаходять за відомою формулою

$$s_g^2 = \frac{1}{m-1}\sum_{k=1}^{m}(y_{gk} - \bar{y}_g)^2 \,. \qquad (4)$$

Використовуючи критерій Кохрена, який базується на який заснований на законі розподілу відношення максимальної оцінки дисперсії до суми всіх порівнюваних оцінок дисперсій, тобто

$$G = \frac{\max\limits_{g}\left\{s_g^2\right\}}{\sum\limits_{g=1}^{N} s_g^2\{y\}} \,. \qquad (5)$$

отримаємо оцінку дисперсії $S^2_{BOC}\{y\} \approx 1.44$.

За допомогою критерію Стьюдента, емпіричне значення якого рівне:

$$t_i = |b_i|/S\{b\} \qquad (6)$$

$$S^2\{b\} = \frac{1}{Nm} S^2_{BOC}\{y\} \qquad (7)$$

Отримаєм шукану математичну модель:

$$\hat{y} = 27{,}83 - 0{,}75z_1 + 4{,}33z_2 + 3{,}72z_3 + 1{,}3z_1z_2 - 1{,}46z_2z_3 - 2{,}03z_1z_2z_3 \,. \qquad (8)$$

Перевірка адекватності математичного опису являє собою перевірку гіпотези про його адекватність. Щоб перевірити гіпотезу адекватості математичного опису, досить оцінити відхилення передбаченої величини відгуку $\widehat{y_g}$ від результатів спостережень $\overline{y_g}$ в одних і тих g-х точках простору фактора.

Для нашого прикладу значення g_y отримані в результаті підстановки відповідних величин акторів z_i в g-х точках простору фактора в знайдену раніше математичну модель (таблиця3).

g	z_0	z_1	z_2	z_3	$\bar{y}_g$ ("експеримент")	$\hat{y}_g$ ("модель")
1	+1	–1	–1	–1	21,93	22,40
2	+1	+1	–1	–1	14,70	14,24
3	+1	–1	+1	–1	26,87	27,32
4	+1	+1	+1	–1	32,93	32,48
5	+1	–1	–1	+1	29,17	28,70
6	+1	+1	–1	+1	28,20	28,66
7	+1	–1	+1	+1	36,37	35,90
8	+1	+1	+1	+1	32,47	32,94

Таблиця 3. Отримані результати підстановки відповідних величин акторов z_i в g-х точках простору фактора

Наприклад, для першого рядка таблиці….: $\widehat{y_1} = 27.83 - 0.75 * (-1) + 4.33(-1) + 3.7(-1) + 1.3(1) - 1.46(1) - 2.03(-1) \approx 22.40$

Розсіювання результатів спостережень поблизу рівняння регресії, що оцінює дійсну функцію відгуку, можна охарактеризувати за допомогою дисперсії адекватності

$$s_{ад}^2 = \frac{m}{N-d}\sum_{g=1}^{N}(\bar{y}_g - \hat{y}_g)^2 , \qquad (9)$$

де d – число членів апроксимуючого полінома (значущих оцінок коефіцієнтів моделі об'єкта). Дисперсія адекватності визначається з числом мір свободи

$$\nu_{ад} = N - d. \qquad (10)$$

Для нашого прикладу відповідно до формули отримаємо:

$$s_{ад}^2 = \frac{3}{8-7}\cdot\left[(21{,}93 - 22{,}40)^2 + (14{,}70 - 14{,}24)^2 + ...\right] \approx 5{,}13 . \qquad (11)$$

Перевірка гіпотези про адекватність полягає в з'ясуванні співвідношення між дисперсією адекватності $S_{ад}^2$ і оцінкою дисперсії відтворюваності відгуку $S_{ВОС}^2$. Якщо ці оцінки дисперсій однорідні, то математичний опис адекватно представляє результати дослідів; якщо ж ні, той опис вважається неадекватним. Перевірку гіпотези про адекватність проводять з використанням F-критерію Фішера. Критерій Фішера дозволяє перевірити гіпотезу однорідності двох вибіркових дисперсій $S_{ад}^2$ і $S_{ВОС}^2\{y\}$ В тому випадку, якщо $S_{ад}^2 > S_{ВОС}^2\{y\}$, F-критерій характеризується відношенням

$$F = s_{ад}^2 / s_{вос}^2\{y\} . \qquad (12)$$

Якщо обчислене за наслідками спостережень емпіричне значення критерію F менше критичногоF$_{кр}$, знайденого з таблиці для відповідних мір свободи:

$$\nu_{1ад} = N - d, \quad \nu_{2ад} = \nu_{зн} = N(m-1), \qquad (13)$$

при заданому рівні значущості $q_{ад}$ (зазвичай $q_{ад}$ = 0,05), то гіпотезу про адекватність не відкидають. В протилежному випадку гіпотезу відкидають і математичний опис визнається неадекватним.

Зауваження. Якщо $S_{ад}^2 < S_{вос}^2\{y\}$, то чисельник і знаменник в (12), а також ν_1, ν_2 у (13) просто міняються місцями.

У нашому випадку згідно формулі (12) отримаємо $F = 56{,}3/1{,}44 \approx 3{,}5$. Для чисел мір свободи $\nu_{1ад}$=8-7=1, $\nu_{2ад}$=8(3-1)=16 $q_{ад}$ = 0,05 згідно табл. П.3 знайдемо критичне значенння критерію Фішера $F_{кр}$ = 4,49. Таким чином, оскільки розрахункове значення F < Fкр, можна зробити висновок про те, що отримана математична модель адекватно описує досліджуваний об'єкт управління в околі базової точки $\bar{x_0} = (x_{10},\ x_{20} \dots x_{n0})$.

Перевірка адекватності можлива при $\nu_{ад}$ > 0. Якщо число N варіантів варіювання плану ПФ рівно числу всіх значущих оцінок коефіцієнтів регресії (N = d), то для перевірки гіпотези про адеквантність математичного опису мір свободи не залишається ($\nu_{1ад}$ = 0).

У тому випадку, коли гіпотеза про адекватність відкидається, необхідно переходити до складнішої форми математичного опису або, якщо це можливо, проводити експеримент з меншим проміжком варіювання x_i. Слід зазначити, що максимальна величина інтервалу варіювання оприділяється умовою адекватного опису об'єкту в області варіювання. Якщо при великих проміжках варіювання математична модель неадекватна, то виникають систематичні помилки в виявленні коефіцієнтів, для зменшення яких слід звузити область варіювання. Проте із зменшенням інтервалу варіювання з'являється цілий ряд нових труднощів: росте відношення перешкоди до корисного сигналу, що призводить до необхідності збільшувати число паралельних дослідів виявлення корисного сигналу на тлі шуму. Тобто зменшуються абсолютні значення оцінок b_i коефіцієнтів, величини яких безпосередньо залежать від x_i і оцінки коефіцієнтів можуть стати статистично незначущими.

Для вибору проміжка варіювання проводять попередні експерименти. Проміжок варіювання можна вибирати рівним 0,05 ... 0,3 від допустимого діапазону варіювання чинників, тобто область варіювання складає приблизно 10 ... 60 % від всього діапазону. Початкову точку варіювання (базову крапку) вибирають якомога ближче до центру області простору чинника, в якій шукається математичний опис об'єкту (або області обмежень).

Дробовий факторний експеримент. У багатьох практичних завданнях ідентифікації вплив взаємодій другого і вищих порядків (творів чинників z_i z_l і z_i z_l z_r і так далі) відсутній або нескінченно малий. Крім того, на перших етапах дослідження часто потрібно отримати в першому наближенні лише лінійну апроксимацію рівняння зв'язку, що вивчається, при найменшій кількості дослідів. Тому неефективно використовувати ПФЕ для оцінювання коефіцієнтів лише при лінійних членах із-за реалізації великого числа варіантів варіювання (2n), особливо при великому числі факторів впливу n. При лінійному зростанні числа незалежних чинників число варіантів варіювання g для ПФЕ збільшується, внаслідок чого на перевірку гіпотези про адекватність залишається досить багато ступенів свободи. В цьому випадку можливе застосування дробового експерименту чинника. Дробовим експериментом (ДФЕ) чинника називається експеримент, що реалізовує частину (дробову репліку) повного експерименту чинника . ДФЕ дозволяє отримати, наприклад, лінійне приближение шуканої функціональної залежності $\mathrm{M}\{y\} = \varphi(\bar{x})$ у деякому невеликому околі точки базового режиму при мінімумі дослідів [5].

Планування експерименту. Для вирішення (n = 3) регресії в лінійному наближенні можна обмежитися чотирма варіантами варіювання, якщо в плануванні ПФЕ типу N = 22 твір z_1z_2 прирівняти третьому незалежному чиннику z_3. Таке планування, представленне матрицею, дозволяє знайти вільний член b_0 і три оцінки коефіцієнтів регресії при лінійних членах b_1, b_2, b_3 (з чотирьох дослідів не можна отримати більше чотирьох оцінок коефіцієнтів регресії).

g	z_0	z_1	z_2	z_3	z_1z_2	z_1z_3	z_2z_3	$z_1z_2z_3$
1	+1	–1	–1	+1	+1	–1	–1	+1
2	+1	+1	–1	–1	–1	–1	+1	+1
3	+1	–1	+1	–1	–1	+1	–1	+1
4	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1

Таблиця 4. Матриця планування ДФЕ

Застосування ДФЕ завжди пов'язане із змішуванням, тобто з сумісним оцінюванням декількох теоретичних коефіцієнтів математичної моделі. У даному випадку, якщо коефіцієнти регресії β_{il} при парних утвореннях відмінні від нуля, кожен із знайдених коефіцієнтів b_i служить оцінкою двох теоретичних коефіцієнтів регресії:

$$b_0 \to \beta_0 + \beta_{123};\ b_1 \to \beta_1 + \beta_{23};\ b_2 \to \beta_2 + \beta_{13};\ b_3 \to \beta_3 + \beta_{12}$$

Це означає, що, знайшовши за наслідками експерименту оцінку, наприклад, b_0, ми реально отримаємо "суму" двох коефіцієнтів β_0 і β_{123}.

Дійсно, вказані теоретичні коефіцієнти в такому плануванні не можуть бути оцінені роздільно, оскільки стовпці МП для лінійних членів і парних творів співпадають. Розглянутий план ДФЕ представляє половину плану ПФЕ типу 2^3 і називається напівреплікою від ПФЕ типу 2^3 або плануванням типу N = 2^{3-1}. Для правильного планування ДФЕ необхідно використовувати всі отримані раніше відомості теоретичного і інтуїтивного характеру про об'єкт і виділити ті фактори і змінні факторів, вплив яких на відгук є істотним. При цьому змішування потрібно проводити так, щоб лінійні коефіцієнти $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$ були змішані з коефіцієнтами при взаємодіях найвищого порядку (оскільки зазвичай вони в моделі відсутні). Отже, недопустиме довільне розбиття плану ПФЕ типу 2^3 на дві частини для виділення напіврепліки типу 2^{3-1} При великому числі n чинників для отримання лінійного наближення можна побудувати дроби репліки високого ступеня дробу. Так, при n = 7 можна скласти дробову репліку на основі ПФЕ типу 2^3, прирівнявши чотири з семи чинників до взаємодій три інших чинників. Позначатимемо тип дробової репліки записом 2^{n-p}, якщо p чинників прирівняні до змінних решти n – p чинників.

План ДФЕ можна побудувати, прирівнюючи чинники різним взаємодіям (парним, потрійнимі так далі). Зрозуміло, при цьому міняється система сумісних оцінок теоретичних коефіцієнтів. Для отримання системи сумісних оцінок і аналізу роздільної здатності дробових реплік зручно користуватися поняттями генеруючого і визначаючого співвідношень. Генеруюче співвідношення служить для побудови дробової репліки. Так, в розглянутому плануванні ми задавали напіврепліку плану ПФЕ типу 2^3 за допомогою генеруючого співвідношення $z_3 = z_1z_2$. Визначальним співвідношенням називається співвідношення,, яке задає елементи першого стовпця матриці планування для фіктивної змінної (всі вони завжди рівні +1). Вираз визначального співвідношення в даному випадку виходить множенням лівої і правої частин наведеного генеруючого співвідношення на z_3 (елемент, що стоїть в лівій частині), тобто $1 = z_1z_2z_3$, оскільки завжди $z^2_i=1$.

Знання визначального співвідношення дозволяє знайти всю систему сумісних оцінок без вивчення матриці планування ДФЕ. Співвідношення, які задають ці оцінки, можна знайти, послідовно перемноживши незалежні чинники на визначальне співвідношення:

$$z0 = z1z2z3;\ z1 = z2z3;\ z2 = z1z3;\ z3 = z1z2. \quad (14)$$

Звідси легко знаходяться мішані теоретичні коефіцієнти регресії і їх оцінки:

$$b_0 \to \beta_0 + \beta_{123};\ b_1 \to \beta_1 + \beta_{23};\ b_2 \to \beta_2 + \beta_{13};\ b_3 \to \beta_3 + \beta_{12} \quad (15)$$

Якщо можна прийняти, що коефіцієнти при всіх парних і потрійній взаємодії рівні нулю, то реалізація цієї напіврепліки дозволить отримати роздільні оцінки для всіх чотирьох лінійних коефіцієнтів регресії. Роздільна здатність напівреплік визначається їх генеруючими співвідношеннями. Роздільна здатність тим вища, чим вищий порядок взаємодій з коефіцієнтами. Вона збільшується для головних напівреплік із зростанням числа незалежних чинників.

Метод випадкового балансу. При оптимізації багатофактоіального об'єкту основним етапом є отримання математичної моделі, що адекватно описує статичний об'єкт в діапазоні зміни його вхідних змінних, що змінюютья(факторів). При цьому природно прагнути до того, щоб математичний опис був можливо простішим при максимальній подібності, особливо при розробці способів і систем оптимального управління, коли важливо досягти або підтримувати глобальний, а не локальний або приватний екстремум. Проте рішення цієї задачі в реальних умовах зазвичай пов'язане з серйозними труднощами, викликаними досить великою кількістю змінних x_i, що впливають на об'єкт. Методика регресійного аналізу заснована на припущенні, що враховані всі або, по крайній мірі, всі істотні чинники, інакше отримана математична модель виявиться неадекватною в діапазоні зміни змінних. Залучення всієї безлічі змінних до складання математичного опису може зажадати достатньо велкого об'єму експериментальної і розрахункової роботи, що часто нездійсненно через технологічні, економічні та інші обмеження. Виникає необхідність попереднього відсіювання неістотних змінних і виділення тих вхідних дій x_i, які роблять найбільш помітний вплив на цільову функцію [4].

Якщо число всіх можливих чинників, що впливають на об'єкт, не перевищує 6 – 7, то для попереднього вивчення об'єкту можна застосувати методи дробового або повного експерименту чинника. Проте при великому числі даних чинників методи ПФЕ і навіть ДФЕ, призначені для ретельного вивчення поверхні відгуку, виявляються дуже громіздкими і трудомісткими для постановки відсіваючих дослідів. У разі вивчення більше 8 – 10 чинників, якщо експерименти не-дорогі і якщо свідомо відомо, що лише небагато змінних є істотними, слід уже застосовувати метод випадкового балансу (МСБ). Найважливішою теоретичною передумовою МСБ є апріорнезнання того, що зі всієї сукупності даних змінних z_i тільки невелике їх число (наприклад, 10 ... 15 %) є все таки істотними, останні ж можуть бути віднесені до так званого "шумового поля".

1. Аністратенко В. О., Федоров В. Г. Математичне планування експерементів в АПК. Київ: Вища школа, 2005.- 375 с.
2. Шеннон Р. Имитационное моделирование систем - искусство и наука. М.: Мир, 2008. – 420 с.
3. Вовк С.Н., Моник П.Ю. Некласическая методология и многофакторньїй подход. Черновцы: "Прут", 2004. – 230 с.

4. Перегудов Ф.И., Тарасенко Ф.П. Введение в системный анализ. – М.: Высш.шк., 2003. – 367с.
5. Пономаренко О.І. Системний аналіз в управлінні // Проблеми науки. – 2004. - №4. – с.7.