УДК 679. 04
В.В. Завіша, Т.Н. Гальчук
Луцький національний технічний університет

ЗАСТОСУВАННЯ ЗАСОБІВ ЕОМ ПРИ ОБРОБЦІ ДАНИХ АКТИВНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ

Застосування засобів ЕОМ при обробці даних активного експерименту. В статті описана реалізація активного експерименту при розв’язанні технологічних задач та наведений приклад знаходження оптимального складу композитів на основі порошку сталі ШХ15.

Ключові слова: *активний експеримент, повний факторний експеримент, ортогональне планування.*

Методи активного експерименту займають важливе місце в діяльності інженера-технолога. Їх застосування дозволяє отримувати математичні моделі, що описують властивості широкого класу об'єктів досліджень. При цьому не виникає необхідність в оцінці процесів, що протікають всередині об'єкта. Отримання математичної моделі забезпечується чітким виконанням алгоритму досліджень і надійним визначенням значень функції відгуку об'єкта. У цьому випадку завданням дослідника є реалізація алгоритму активного експерименту за допомогою різних засобів обробки даних. Виконання цього завдання дозволяє реалізувати всі етапи роботи з математичною моделлю експерименту.

Планування експерименту - це оптимальне (найбільш ефективне) управління ходом експерименту з метою отримання максимально можливої інформації на основі мінімально допустимої кількості досвідчених даних. Під експериментом будемо розуміти систему операцій, впливів і (або) спостережень, спрямованих на отримання інформації про об'єкт при дослідних випробуваннях. Експеримент, в якому дослідник на свій розсуд може змінювати умови його проведення, називається активним експериментом. Експеримент, при якому рівні факторів в кожному досліді реєструються дослідником, але не задаються їм, є пасивним [1].

Перед проведенням планування активного експерименту необхідно зібрати додаткову інформацію про досліджуваному об'єкті. Для отримання додаткової інформації можна використовувати результати пасивного експерименту, що здійснювався в попередніх дослідженнях або описаного в літературі. Планування експерименту дозволяє варіювати всі фактори і одержувати одночасно оцінки їх впливу. При цьому важливо враховувати наступне: прагнення до мінімізації числа дослідів; одночасне варіювання всіх змінних, що визначають процес; вибір чіткої стратегії, що дозволяє приймати обгрунтовані рішення після кожної серії експериментів.

Активні експерименти мають такі переваги:

1) результати спостережень y_1, y_2, y_n представляють собою незалежні, нормально розподілені випадкові величини;
2) дисперсії рівні один одному (вибіркові оцінки однорідні);
3) незалежні змінні x_1, x_2, x_p вимірюються з дуже малою похибкою в порівнянні з похибкою у визначенні y;
4) активний експеримент краще організований: оптимальне використання факторного простору дозволяє при мінімальних витратах отримати максимум інформації про досліджувані явища.

При плануванні експерименту вдається уникнути кореляції між коефіцієнтами рівняння регресії. У разі статистичного підходу математична модель об'єкта або процесу представляється у вигляді полінома, тобто відрізка ряду Тейлора, в який розкладається невідома функція [2]:

$$y(x_1,...,x_k) = b_0 + \sum_{i=1}^{k} b_i \cdot x_i + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i\neq j}}^{k} b_{ij} \cdot x_i \cdot x_j + \sum_{\substack{i,j,u=1 \\ i\neq j}}^{k} b_{iju} \cdot x_i \cdot x_j \cdot x_u + \sum_{i=1}^{k} b_{ii} \cdot x_i^2 + ... \qquad (1)$$

де b_0 – вільний член; b_i – лінійні ефекти; b_{ij} – ефекти парної взаємодії; b_{ii} – квадратичні ефекти; b_{iju} – ефекти потрійної взаємодії.

©В.В. Завіша, Т.Н. Гальчук

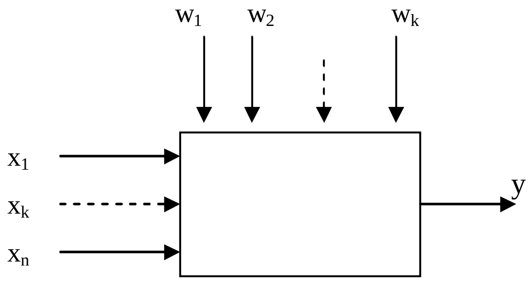


Рис.1 - Система «Чорний ящик».

Об'єкт дослідження можна представити у вигляді системи «чорний ящик» (рис. 1). Суть системи «чорний ящик» полягає у вивченні залежності відгуку системи ***У*** на зміну вхідних вимірюваних та керованих параметрів $\boldsymbol{X}(x_1, x_2,..., x_n)$ при дії випадкових чинників $\boldsymbol{W}(w_1, w_2,..., w_k)$, які називають «шумом» об'єкта. Комплекс параметрів ***X*** називають основним, він визначать умови експерименту. Вихідним параметром ***У*** може бути будь-які технологічні або технічні показники досліджуваного процесу. Випадковим буде вважатися будь-який чинник, що не ввійшов в основний комплекс вхідних параметрів [3].

При плануванні активного експерименту реалізуються різні комбінації факторів на обраних для дослідження рівнях відповідно до плану планування

Розглянемо основні моменти повного факторного експерименту.

При повному факторному експерименті отримане рівняння регресії набуває вигляду полінома першого степені (2).

$$y(x_1,...,x_k) = b_0 + \sum_{i=1}^{k} b_i \cdot x_i + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i\neq j}}^{k} b_{ij} \cdot x_i \cdot x_j + \sum_{\substack{i,j,u=1 \\ i\neq j\neq ...\neq u}}^{k} b_{iju} \cdot x_i \cdot x_j \cdot x_u \qquad (2)$$

Рівні факторів для ПФЕ представляють межі досліджуваної області за обраним параметром (мінімальне і максимальне значення фактора). Знаючи максимальне $z_i^{\max}$ і мінімальне $z_i^{\min}$ значення технологічного параметра (фактора) можна визначити координати центру плану, так званий основний рівень z_i^0, а також інтервал (крок) варіювання Δz_i:

$$z_i^0 = \frac{z_i^{\max} + z_i^{\min}}{2}, \quad z_i = \frac{z_i^{\max} - z_i^{\min}}{2}, \; i = 1,2,3,...,k \qquad (3)$$

де k - число факторів.

Від системи координат $z_1, ..., z_k$ необхідно перейти до нової безрозмірною системи координат $x_1, ..., x_k$ за допомогою лінійного перетворення:

$$x_i = \frac{z_i - z_i^0}{\Delta z_i}, \quad , \; i = 1,2,3,...,k. \qquad (4)$$

При плануванні за схемою повного факторного експерименту (ПФЕ) реалізуються всі можливі комбінації факторів на всіх обраних для дослідження рівнях. Кількість дослідів N при ПФЕ визначається за формулою:

$$N = n^k \qquad (5)$$

де n – кількість рівнів.

У таблиці 1 представлена розширена матриця планування для двохфакторного повнофакторного експерименту з використанням безрозмірної системи координат.

Будь-який коефіцієнт рівняння регресії b_j визначається скалярним добутком стовпця ***y*** на відповідний стовпець x_j, віднесених до числа дослідів в матриці планування N:

$$b_j = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_{ji} y_i \qquad (6)$$

Таблиця 1.

Розширена матриця планування для повного факторного експерименту 2^2.

Номер досліду	X_0	X_1	X_2	X_1X_2	У
1	2	3	4	6	10
1	+1	-1	-1	+1	y_1

©В.В. Завіша, Т.Н. Гальчук

2	+1	+1	-1	-1	y_2
3	+1	-1	+1	-1	y_3
4	+1	+1	+1	+1	y_4

Ефекти взаємодії визначаються аналогічно лінійним ефектам. Так для ПФЕ 2^3 коефіцієнти визначаються наступним чином:

$$b_{12} = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_1x_2)_i\, y_i}{N},\ b_{13} = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_1x_3)_i\, y_i}{N},\ b_{23} = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_2x_3)_i\, y_i}{N},\ b_{123} = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_1x_2x_3)_i\, y_i}{N}, \quad \textbf{(7)}$$

Ортогональне планування. При описі області, близької до екстремуму, частіше за інших застосовують поліноми другого порядку, що пов'язано в першу чергу з тим, що поліноми другого порядку легко піддаються систематизації і дослідженню на екстремум. При цьому число дослідів N повинне бути не менше числа визначених коефіцієнтів в рівнянні регресії другого порядку для *k* факторів:

$$y(x_1,...,x_k) = b_0 + \sum_{i=1}^{k} b_i \cdot x_i + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i\neq j}}^{k} b_{ij} \cdot x_i \cdot x_j + \sum_{i=1}^{k} b_{ii} \cdot x_i^2. \quad (8)$$

Для опису поверхні відгуку поліномами другого порядку незалежні фактори повинні приймати не менше трьох різних значень.

З метою скорочення числа дослідів використовують композиційні (послідовні) плани. Композиційний план складається з експериментів ПФЕ 2^k ($k \le 5$), до яких додають експеримент у центрі плану та в $2k$ зіркових точках, розташованих на осях фіктивного простору, координати яких: (± α, 0 ,..., 0), (0 , ± α, 0 ,..., 0), (0 ,..., 0, ±α), де α - відстань від центру плану до зіркової точки - «зіркового плеча». Загальна кількість дослідів розраховується за формулою [2]:

$$N = N_0 + 2k + n_0\,, \quad (9)$$

де n_0 – кількість дослідів в центрі плану, k – число факторів, N_0 - кількість дослідів повного факторного експерименту $2k$.

Композиційні плани легко приводяться до ортогонального вибору зіркового плеча α. Довжина «зоряного плеча» α розраховується за формулою:

$$\delta = \sqrt{\frac{\sqrt{N_0 N} - N_0}{2}} \quad (10)$$

Значення «зоряного плеча» залежить від кількості повних повторень експерименту в центрі плану (N = 9).

Таблиця 2.

Композиційний план другого порядку для двох факторів

Номер досліду	Фактори в натуральному масштабі		Фактори в умовних одиницях		У
	z_1	z_2	x_1	x_2	
1	$z_1^{\min}$	$z_2^{\min}$	-1	-1	y_1
2	$z_1^{\max}$	$z_2^{\min}$	+1	-1	y_2
3	$z_1^{\min}$	$z_2^{\max}$	-1	+1	y_3
4	$z_1^{\max}$	$z_2^{\max}$	+1	+1	y_4
5	z_1^0	z_2^0	0	0	y_5
6	$z_1^{+\alpha}$	z_2^0	+1	0	y_6
7	$z_1^{-\alpha}$	z_2^0	-1	0	y_7
8	z_1^0	$z_2^{+\alpha}$	+1	+1	y_8
9	z_1^0	$z_2^{-\alpha}$	-1	-1	y_9

©В.В. Завіша, Т.Н. Гальчук

У таблиці 2 представлено композиційний план другого порядку для двох факторів. Для того, щоб матриця планування мала властивість ортогональності, необхідно ввести стовпці з коректуючими значення рівня x', які обчислюються за формулою [4]:

$$\left(x_i'\right)^2 = x_i^2 - \frac{\sum x_i^2}{N} \tag{11}$$

Матриця розрахунків коефіцієнтів рівняння представлена в таблиці 3, в якій стовпці 2-7 представляють собою ортогональну матрицю планування, стовпець 8 – значення відгуку системи; перші чотири досліду – це матриця повного факторного експерименту 2^2.

Експериментальні дані повинні бути однорідними і нормально розподіленими.

Відповідно до даних таблиці 2 розраховують коефіцієнти рівняння регресії. Величини коефіцієнтів рівняння регресії характеризують внесок кожного фактора в значення функції відгуку.

Таблиця 3.

Матриця розрахунку коефіцієнтів двофакторної моделі

Номер досліду	x_0	x_1	x_2	$\left(x_1'\right)^2$	$\left(x_2'\right)^2$	X1X2	У
1	2	3	4	5	6	7	8
1	+1	-1	-1	+0,33	+0,33	+1	y1
2	+1	+1	-1	+0,33	+0,33	-1	y2
3	+1	-1	+1	+0,33	+0,33	-1	y3
4	+1	+1	+1	+0,33	+0,33	+1	y4
5	+1	0	0	-0,67	-0,67	0	y5
6	+1	+1	0	+0,33	-0,67	0	y6
7	+1	-1	0	+0,33	-0,67	0	y7
8	+1	0	+1	-0,67	+0,33	0	y8
9	+1	0	-1	-0,67	+0,33	0	y9
	9	6	6	2	2	4	

Коефіцієнти розраховуються по наступним формулам [4]:

$$b_1 = \frac{\sum(x_1 y)}{6},\ b_2 = \frac{\sum(x_2 y)}{6},\ b_{11} = \frac{\sum((x_1')^2 y)}{6},\ b_{22} = \frac{\sum((x_2')^2 y)}{6},$$
$$b_{12} = \frac{\sum(x_1 x_2 y)}{4},\ b_0 = \frac{\sum(x_0 y)}{9} - 0.67 b_{11} - 0{,}67 b_{22} \tag{12}$$

Приклад. Для знаходження оптимального складу композитів на основі порошку сталі ШХ15 та його впливу на триботехнічні характеристики було проведено математичне планування експерименту за допомогою програми MathCad 14. Оцінку коефіцієнтів моделі знаходили за експериментальними даними, одержаними в результаті напівреплiки 2^{n-1}, де n=3.

Коефіцієнт тертя та зношування виробів залежить від контактного тиску в зоні тертя. Тому в якості параметру оптимізації *У1* вибрали зношування, мкм/км. Виходили із припущення, що на параметр оптимізації суттєвий вплив мають такі фактори:

x1 – кількість порошку сталі ШХ15 в шихті, %;

x2 – кількість міді (Cu) в шихті, %;

x3 – кількість графіту (C) в шихті, %.

x4 – величина контактного тиску, МПа.

1. Ввід вхідних даних активного експерименту (Рис. 2).

$$ORIGIN := 1$$

$$N := 2^3 \qquad N = 8$$

$$z1max := 100 \qquad z1min := 88 \qquad z2max := 8 \qquad z2min := 0$$

$$z3max := 4 \qquad z3min := 0 \qquad z4max := 5 \qquad z4min := 1$$

$$M1 := \begin{pmatrix} 100 & 8 & 4 & 5 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 88 & 8 & 4 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 100 & 0 & 4 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 88 & 0 & 4 & 5 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 100 & 8 & 0 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 88 & 8 & 0 & 5 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 100 & 0 & 0 & 5 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 88 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \qquad Y := \begin{pmatrix} 500 \\ 2000 \\ 900 \\ 1800 \\ 1300 \\ 2400 \\ 1000 \\ 250 \end{pmatrix}$$

Рис.2. Ввід вхідних даних

$$b1 = -343.75 \qquad b2 = 281.25 \qquad b3 = 31.25 \qquad b4 = 156.25$$

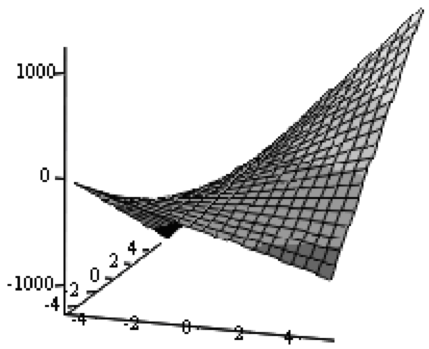
$$b12 = -306.25 \qquad b13 = -256.25 \qquad b23 = -331.25$$

$$b11 = 0 \qquad b22 = 0 \qquad b33 = 0 \qquad b44 = 0 \qquad b0 = 1268.75$$

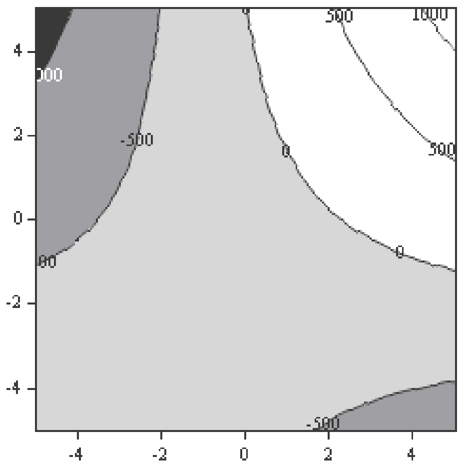
$$Y(x1, x2, x3, x4) := b0 + b1 \cdot x1 + b2 \cdot x2 + b3 \cdot x3 + b4 \cdot x4 + b12 \cdot x1 \cdot x2 + b13 \cdot x1 \cdot x3 + b23 \cdot x2 \cdot x3$$

Рис. 3. Отримані коефіцієнти регресії

3. Побудова поверхні та лінії рівня (рис. 4) за допомогою рівняння регресії (рис.3), отриманого на підставі запропонованого планування:



Y



Y

Рис 4 - Побудова ліній однакового рівня

Після того, як отримано рівняння регресії при активному експерименті перевіряється значущість коефіцієнтів за допомогою критерію Стьюдента [2] і адекватність отриманої регресії за допомогою критерію Фішера [2]. У разі незначущості коефіцієнтів їх можна виключити з рівняння регресії при подальшому дослідженні математичної моделі.

©В.В. Завіша, Т.Н. Гальчук

За даними рівняннями регресії визначені коефіцієнт тертя та зношуваність композитів на основі порошку сталі ШХ15 із вмістом графіту 1–2% та міді в межах заданих інтервалами варіації. Було отримано, що оптимальний вміст графіту 1–2% та міді 4–8% для композиційного матеріалу з основою порошку сталі ШХ15.

1. ГОСТ 24026-80. Исследовательские испытания. Планирование эксперимента. Термины и определения.
2. Ахназарова, С.Л. Оптимизация эксперимента в химии и химической технологии \ С.Л. Ахназарова, В.В. Кафаров.- М. Высш.шк., 1978. – С.213.
3. Монтгомери Д. К. Планирование эксперимента и анализ данных: пер. с англ. – Л.: Судостроение, 1980 – С. 384.
4. Планирование эксперимента и применение вычислительной техники в процессе синтеза резин \ под редакцией В.Ф.Евстратова, Л.Г. Шварца. – М.: Химия,1970. – С.112-140.

©В.В. Завіша, Т.Н. Гальчук