

УДК 514.18

<sup>1</sup>Шоман О.В., <sup>1</sup>Дашкевич А.О., <sup>2</sup>Даниленко В.Я.

<sup>1</sup>Національний технічний університет "Харківський політехнічний інститут",

<sup>2</sup>Харківський національний автомобільно-дорожній університет

## ВИЗНАЧЕННЯ ФОРМ-ФАКТОРІВ ПЕРЕДАЧІ ПРОМЕНЕВОЇ ЕНЕРГІЇ

**Шоман О.В., Дашкевич А.О., Даниленко В.Я. Визначення форм-факторів передачі променевої енергії.** В статті розглядаються основні алгоритми розрахунку форм-факторів і освітленості в комп'ютерних моделях випромінюючих систем. З'ясовано можливості врахування самозатінення поверхні складного об'єкта на прикладі випромінюючої поверхні джерела спіралеподібної форми. Визначено форм-фактори випромінювання від джерела на площини за допомогою прийняттого алгоритму оцінки освітленості.

**Ключові слова:** форм-фактор, кутовий коефіцієнт випромінювання, алгоритм, освітлення, проекції.

**Шоман О.В., Дашкевич А.О., Даниленко В.Я. Определение форм-факторов передачи лучевой энергии.** В статье рассматриваются основные алгоритмы расчета форм-факторов и освещенности в компьютерных моделях излучательных систем. Выявлены возможности учета самозатенения поверхности сложного объекта на примере излучающей поверхности источника спиралеподобной формы. Определены форм-факторы излучения от источника на плоскости с помощью приемлемого алгоритма оценки освещенности.

**Ключевые слова:** форм-фактор, угловой коэффициент излучения, алгоритм, освещение, проекции.

**Shoman O.V., Dashkevich A.A., Danylenko V.J. Determination of form factors of radial energy transmission.** In the article the basic algorithms of calculation of form factors and luminosity are examined in the computer models of radiate systems. Possibilities of shading itself surface of difficult object are found out on the example of similar to the spiral form radiative surface of source. Form factors of radiation is certain from a source on a planes by means of acceptable algorithm of luminosity estimation.

**Key words:** form factor, radiation configuration factor, algorithm, illumination, projections.

**Постановка проблеми.** Теорія теплообміну випромінюванням (феноменологічна теорія) говорить про те, що потік теплового випромінювання являє собою міру нескінченної множини геометричних променів, хід яких підпорядкований законам геометричної оптики [5]. Оцінка частки випромінювання, яку приймає поверхня теплоприймача, в практичних задачах проводиться з використанням кутових коефіцієнтів випромінювання [5]. Вибір способу визначення цих коефіцієнтів (методи безпосереднього інтегрування, використання алгебри кутових коефіцієнтів, експериментальні методи та ін.) зумовлений геометричною формою поверхонь, що обмінюються енергією. Пряме інтегрування рівнянь потоків енергії для одержання значень кутових коефіцієнтів можливе лише у простих випадках. Для систем зі складною конфігурацією, наприклад, коли геометрична форма поверхонь не може описуватися аналітично, недоцільно використовувати методи, що пов'язані з процесом безпосереднього інтегрування. За таких умов набагато ефективніше використовувати геометричні методи оцінки енергії випромінювання [3, 4, 10].

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Алгоритми обчислення інтегралів потребують для визначення кутових коефіцієнтів випромінювання (ККВ) врахування факту належності точки до ділянки поверхні випромінювача, "зверненої" до поверхні приймача. Це дуже актуально у випадках для неопуклої поверхні, на якій можуть бути ділянки, затінені іншими ділянками тієї ж поверхні [10]. В методі радіально-паралельних проекцій (RP-проекцій), розробленому проф. Куценком Л.М. [3] та розвинутому далі [2, 4, 10], нема потреби у виконанні етапу аналізу та розрахунку взаємної видимості точок, що належать ділянкам поверхонь об'єктів променевого енергообміну. Тут необхідні знання з опису радіально-паралельної проекції геометричного об'єкта, що будується послідовним проєціюванням об'єкта на поверхню півсфери радіуса 1, а потім – на великий круг сфери, суміщений з координатною площиною  $Oxy$ , дотичною до поверхні приймача. В роботах Л. М. Куценка [3, 4] оцінка площі RP-проекції здійснюється за допомогою опису RP-проекції поверхні у вигляді нерівності  $f(x, y) \geq 0$ .

Замість поняття ККВ в дослідженнях з удосконалення алгоритмів комп'ютерної графіки, що стосуються, наприклад, визначення освітленості тривимірних комп'ютерних моделей, прийнято використовувати поняття форм-фактору [12, 17] (поняття "form factor" є аналогом до понять "shape factor" [16], "configuration factor" [21], "view factor" [14]).

**Невирішені частини проблеми.** На етапах розробки та дослідження джерел променевої енергії (наприклад, джерел світла) зі складною геометричною формою саме алгоритми комп'ютерної графіки можуть допомогти створити універсальний алгоритм підрахунку

ефективності джерела світла ще до моменту його виготовлення, тобто створити інструмент, який дозволить досліджувати вплив геометричної форми джерел світла на розподіл світлового потоку (світлової енергії). Проведений аналіз методів та алгоритмів визначення форм-факторів показує, що вони не всюди враховують самозатінення ділянок поверхні випромінювача, тому при дослідженнях реальних об'єктів виникає необхідність внесення змін до алгоритмів освітлення.

**Формулювання мети дослідження.** Розглянути основні алгоритми розрахунку форм-факторів і освітленості в комп'ютерних моделях систем передачі променевої енергії. З'ясувати можливості врахування самозатінення поверхні складного об'єкта на прикладі випромінюючої поверхні джерела спіралеподібної форми. Визначити форм-фактори передачі променевої енергії від джерела на інші поверхні за допомогою прийнятного алгоритму оцінки освітленості.

**Основна частина.** Кутовий коефіцієнт випромінювання є геометричним інваріантом [5], що визначає частку променевої енергії, яку "відає" одна поверхня і "приймає" інша поверхня. У разі, коли один геометричний елемент є джерелом світла, ККВ характеризує частку енергії прямого освітлення іншого елемента, яка припадає на одиницю потужності випромінювання від джерела світла. На рис. 1 зображено схеми енергообміну випромінюванням між елементарними ділянками двох поверхонь, де  $\Phi_{ij}$  – світловий потік,  $n_i$  та  $n_j$  – нормалі до елементарних ділянок поверхонь. ККВ не залежить від відбивальних характеристик поверхонь; він залежить від відстані та взаємної орієнтації двох поверхонь, а також від наявності між ними непрозорих (для даного виду енергії) об'єктів.

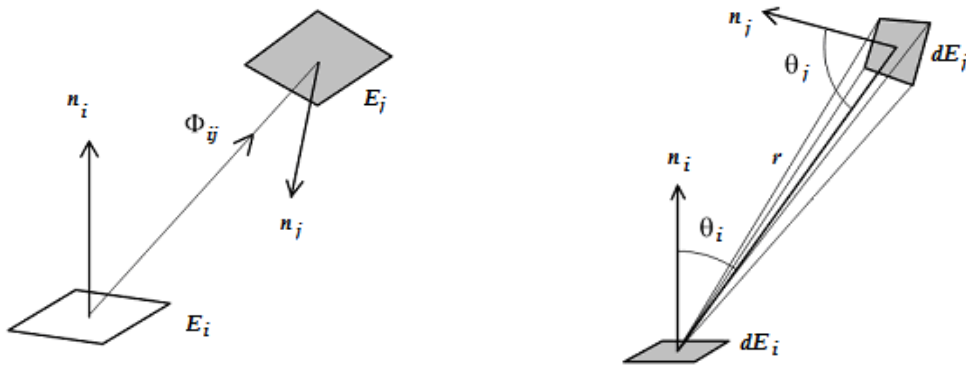


Рис. 1 [12]. Схеми енергообміну випромінюванням між елементарними ділянками двох поверхонь

Згідно з теорією променевого теплообміну [1] формула визначення інтегрального кутового коефіцієнта має вигляд:

$$F_{E_i E_j} = \frac{1}{E_j} \int_{E_j} \int_{E_i} \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi r^2} dE_i dE_j, \quad (1)$$

де  $\theta_i$  – кут між вектором нормалі до ділянки  $E_i$  та вектором, направленим від точки ділянки  $E_i$  до точки ділянки  $E_j$ ;  $\theta_j$  – кут між вектором нормалі до ділянки  $E_j$  та вектором, направленим від точки ділянки  $E_j$  до точки ділянки  $E_i$ ;  $r$  – відстань між точками ділянок.

Локальний ККВ обчислюється за формулою [1]:

$$F_{dE_j E_i} = \int_{E_i} \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi r^2} dE_i. \quad (2)$$

Наведене рівняння в загальному випадку не має аналітичного розв'язку, тому його розв'язання може йти шляхом використання чисельних методів. Серед таких методів можна виділити метод сфери (півсфери) одиничного радіуса (рис. 2) [1, 12, 17], методи півкуба (рис. 3) [12, 17] та "кубічного тетраедра" [13]. Зауважимо, що метод сфери одиничного радіуса

модернізовано у вигляді методу RP-проекцій [2–4, 9, 10]; можливості методу півкуба для визначення ККВ розглянуто в роботах [6, 7].

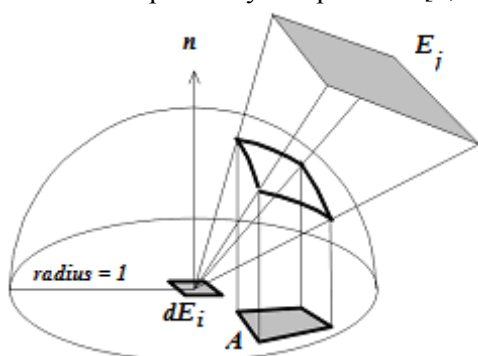


Рис. 2. Метод півсфери

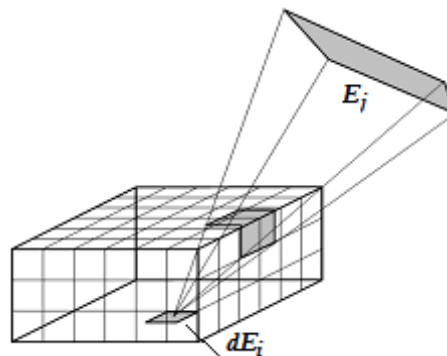


Рис. 3. Метод півкуба

Графічно (рис. 2) за методом півсфери (методом Нусельта [1]) одержується проекція  $A$  і для обчислення ККВ береться відношення її площі до площі круга з радіусом, що дорівнює одиниці. Але обчислювати ККВ за методом Нусельта не завжди доцільно через існування нераціональних етапів проєціювання на півсферу. Дійсно, при інтегруванні суттєвий внесок в інтегральні суми надають лише елементарні ділянки поверхні-випромінювача, розташовані в "зеніті" півсфери. А елементарні ділянки поверхні-випромінювача, що розташовані "біля горизонту" півсфери, майже не впливають на значення інтегральної суми.

В роботі для програми, що розробляється, було обрано метод півкуба [12, 17] як більш простий у реалізації і як такий, що має меншу обчислювальну складність. В алгоритмі півкуба значення форм-фактору (аналогія ККВ в термінах комп'ютерної графіки) дорівнює відношенню площі проекції поверхні, що випромінює, на поверхню півкуба до площі поверхні самого півкуба, яка складається з суми площ п'яти його граней (див. рис. 3). Швидкість і точність цього методу розрахунку залежать від розміру і кількості дискретних областей на гранях півкуба. Для більшої точності великі поверхні, як правило, доцільно розбивати на множини невеликих поверхонь перед виконанням будь-яких розрахунків форм-факторів.

Розглянемо основні алгоритми розрахунку освітленості в комп'ютерних моделях систем передачі енергії випромінюванням.

Серед комп'ютерних алгоритмів освітлення, інтенсивний розвиток яких відбувається останнім часом, можна виділити: моделі локального освітлення (не враховують передачу світла між поверхнями та вторинне освітлення), які були історично першими (до них належать алгоритми Гуро [20] та Фонга [22]); моделі глобального освітлення – алгоритми фотонних карт (Photon Maps) [15], алгоритм трасування променів (Ray Tracing) [24], алгоритм освітленості (Radiosity) [12, 17, 18] та гібридні алгоритми на їх основі [19].

Із вказаних алгоритмів найбільш простими в реалізації є алгоритми локального освітлення, але вони не надають необхідної точності результату [11, 19, 23]. З іншого боку, алгоритми трасування променів та "radiosity" є більш точними, але швидкість розрахунку їх суттєво менша порівняно з моделями Гуро та Фонга [1, 2]. Алгоритм трасування променів більше підходить для розрахунків дзеркальних відображень, а алгоритм "radiosity" – для дифузного освітлення [4, 6, 7].

Алгоритм "radiosity" полягає в тому, що всі поверхні (в тому числі і поверхню випромінювача світла), які використовуються у розрахунках, необхідно поділити на елементарні ділянки площі – так звані "патчі" (рис. 4) [12]. Після цього оцінюється освітлення для всіх патчів:

$$E = \sum_{i=1}^n \frac{I_i \cos \theta_i}{d_i}, \quad (3)$$

де  $I_i$  — інтенсивність випромінювання точкового джерела світла  $S_i$ ;  $d_i$  – відстань від джерела світла до поверхні-приймача.

Форм-фактор  $dF_{ij}$  випромінювання від елементарного патчу  $dE_i$  до елементарного патчу  $dE_j$  визначається [12]:

$$dF_{ij} = \frac{\cos\theta_i \cos\theta_j dA_j}{\pi r^2}, \quad (4)$$

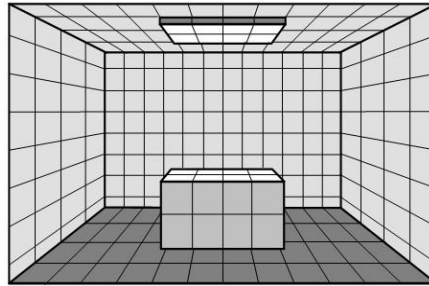


Рис. 4 [12]. Розбиття поверхнь на елементарні ділянки площі

де  $\theta_i$  та  $\theta_j$  – кути між прямою, що сполучає  $dE_i$  та  $dE_j$ , та нормальми  $n_i$  та  $n_j$  (див. рис. 2),  $r$  – відстань між елементарними патчами  $dE_i$  та  $dE_j$ ,  $dA_j$  – площа патчу  $dE_j$ .

Форм-фактор випромінювання від скінченної поверхні  $E_i$  до елементарного патчу  $dE_j$  визначається за формулою (2). Для обчислення пропонується використовувати метод півкуба, який описано вище.

Таким чином розраховується значення форм-фактору між усіма патчами поверхні-приймача та усіма патчами поверхні-джерела. Після цього оцінюється загальна кількість енергії випромінювання, яку отримує поверхня-приймач:

$$F = \sum_{j=1}^n dF_{ij}. \quad (5)$$

Наведену схему покладено в основу алгоритму і програми обчислення форм-факторів для випромінюючої поверхні джерела "спіралеподібної" форми. Ця поверхня моделює випромінюючу поверхню стандартної компактної люмінесцентної лампи [8]. Модель (рис. 5) було створено в програмі Autodesk 3ds Max. На рис. 6 наведено приклад проекції моделі випромінюючої поверхні лампи на поверхню півкуба. Розроблена модель враховує самозатінення поверхні.

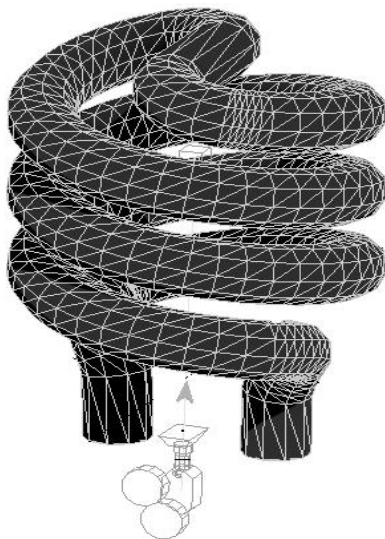


Рис. 5. Модель випромінюючої поверхні лампи та ділянка поверхні півкуба



Рис. 6. Проекція моделі випромінюючої поверхні лампи на поверхню півкуба

Засобами бібліотеки комп'ютерної графіки OpenGL було реалізовано складений алгоритм. Розглянемо реалізацію запропонованого алгоритму. На рис. 5 наведено довільний розташунок

точки зору (елементарний патч). З нею пов'язано півкуб (зображення у вигляді камери), який зорієнтовано уздовж нормалі до поверхні-приймача. Далі засобами графічної бібліотеки OpenGL можна отримати проекцію моделі випромінюючої поверхні лампи на півкуб (рис. 6). Ця проекція використовується для розрахунку форм-фактору замість розрахунку інтегралу по складній поверхні. Наступним кроком пропонується рахувати кількість пікселів отриманої проекції та обчислювати відношення цієї кількості до загальної кількості пікселів зображення.

На рис. 7, а, б, в наведено результати розрахунків у вигляді гістограм розподілу значень форм-факторів відносно змодельованої поверхні випромінювача за різної орієнтації її в прямокутній системі координат.

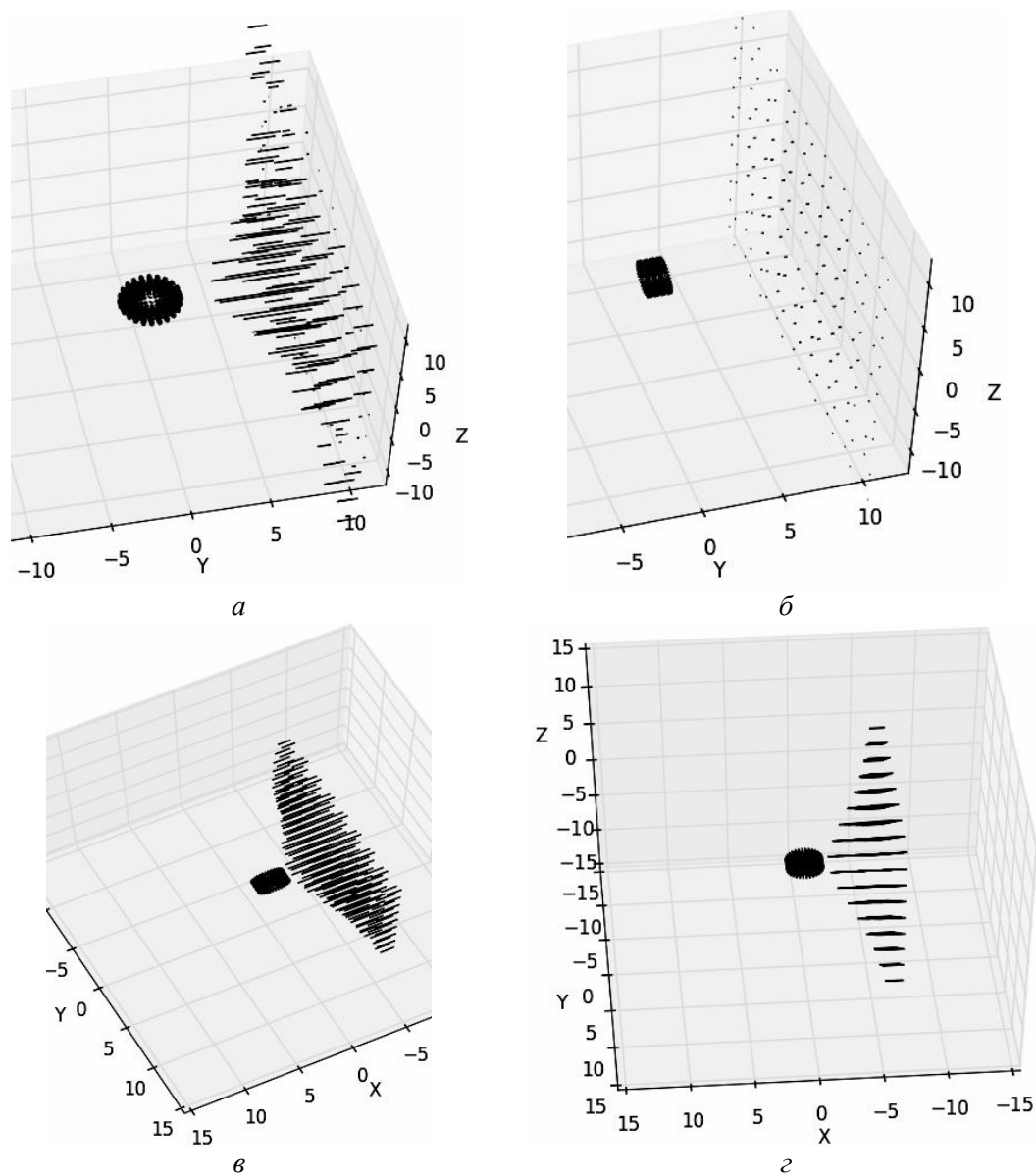


Рис. 7. Гістограми значень форм-факторів:  
а, б – на площинах, паралельних до  $xz$ ; в, г – на площинах, паралельних до  $yz$

**Висновки.** Відповідно до складності геометричної форми поверхонь об'єктів, що обмінюються енергією, стають достатньо ефективними ті чи інші методи та способи визначення форм-факторів променевого енергообміну, оскільки можливості кожного з алгоритмів розрахунку спрямовані на певні класи геометричних об'єктів. Запропонований підхід до визначення форм-факторів передачі випромінювання від об'єкта складної геометричної форми враховує самозатінення випромінюючої поверхні і є більш універсальним. Проведений комп'ютерний експеримент виявив доцільність використання одержаних результатів для розрахунків ламп

зі "спіралеподібною" випромінюючою поверхнею. Разом з цим, перспективними будуть дослідження різних класів геометричних об'єктів із самозатіненням їх елементів.

1. Зигель Р. Теплообмен излучением / Р. Зигель, Дж. Хауэлл ; пер. с англ. под ред. Б. А. Хрусталева. – М. : Мир, 1975. – 934 с.
2. Кукуруза Д. В. Інтегральні кутові коефіцієнти випромінювання для "рельєфного" теплоприймача / Д. В. Кукуруза // Геометричне та комп'ютерне моделювання. – 2004. – Вип. 6. – С. 117–123.
3. Куценко Л. Н. Машинная графика в задачах проекционной природы / Л. Н. Куценко // Новое в жизни, науке и технике. Сер. "Математика, кибернетика". – 1990. – № 8. – 48 с.
4. Попов В. М. Метод оцінки теплового потоку, що випромінюється еліпсоїдом як факелом полум'я / В. М. Попов, Л. М. Куценко, В. В. Семенова-Куліш. – Х. : ХПБ МВС України, 2000. – 144 с.
5. Рубцов Н. А. Геометрические инварианты излучения / Н. А. Рубцов, В. А. Лебедев. – Новосибирск : ИТ АН СССР (СО), 1989. – 242 с.
6. Самарін В. О. Вибір раціонального методу визначення кутових коефіцієнтів випромінювання / В. О. Самарін, О. В. Шоман // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – 2012. – Вип. 90. – С. 302–308.
7. Самарін В. О. Знаходження локальних кутових коефіцієнтів випромінювання методом півкуба / В. О. Самарін, О. В. Шоман // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – 2011. – Вип. 88. – С. 287–292.
8. Справочная книга по светотехнике / под ред. Ю. Б. Айзенберга. – [3-е изд., перераб. и доп.] – М. : Знак, 2006. – 972 с.
9. Шоман О. В. Конструктивні підходи до опису RP-проекцій геометричних об'єктів / О. В. Шоман // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – 2012. – Вип. 89. – С. 392–396.
10. Шоман О. В. Самоопромінення каналової поверхні / О. В. Шоман, В. О. Самарін, Я. П. Легета // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – 2009. – Вип. 82. – С. 73–79.
11. Шоман О. В. Спосіб побудови геометричної моделі контурів вигорання з урахуванням геометричних інваріантів випромінювання / О. В. Шоман О.В., К. В. Анісімов // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – 2011. – Вип. 87. – С. 440–446.
12. Ashdown I. Radiosity: A Programmer's Perspective / I. Ashdown. – Heart Consultants Limited, Canada, 2002. – 515 p.
13. Beran-Koehn J. C. A cubic tetrahedra adaption of the hemicube algorithm / J. C. Beran-Koehn, M. J. Pavicic // In James Arvo, editor, Graphics Gems II, Academic Press, Boston, 1991. – P. 299–302.
14. Carlson R. W. View Factor for Radiant Heat Transfer between the Wall and End of a Cylinder / R. W. Carlson, J. Garsia // Annals of Nuclear Energy. – 1984. – Vol. 11, № 4. – P. 187–196.
15. Christensen N. J. A Practical Guide to Global illumination and Photon Maps / N. J. Christensen, H. W. Jensen // SIGGRAPH. – 2000. – July 23. – Course notes #8.
16. Chung B. T. F. Radiation Shape Factors from Plane Point Sources / B. T. F. Chung, P. S. Sumitra // ASME J. Heat Transfer. – 1972. – Vol. 94, № 3. – P. 328–330.
17. Cohen M. F. Radiosity and realistic image synthesis / M. F. Cohen, J. R. Wallace. – Academic Press Inc., USA, 1995. – 381 p.
18. Gijsenij A. Color constancy for multiple light sources / A. Gijsenij, R. Lu, T. Gevers // Image Processing, IEEE Transactions on. – 2012. – Vol. 21, № 2. – P. 697–707.
19. Goral C. Modeling the interaction of light between diffuse surfaces / C. Goral, K. Torrance, D. Greenberg, B. Battaile // Computer Graphics. – 1984. – Vol. 18. – № 3. – P. 213–222.
20. Gouraud H. Continuous shading of curved surfaces / H. Gouraud // IEEE Transactions on Computers. – 1971. – Vol. 20, № 6. – P. 623–629.
21. Howell J. R. A Catalogue of Radiation Configuration Factors / J. R. Howell. – N.Y. : McGraw-Hill, 1982. – P. 89–242.
22. Phong B. Illumination for computer generated pictures / B. Phong // Communications of ACM. – 1975. – Vol. 18, № 6. – P. 311–317.
23. Sava M. A Novel Colour-Constancy Algorithm: A Mixture of Existing Algorithms / M. Sava, D. Zazula, B. Potocnik // Journal of the Laser and Health Academy. – 2012. – Vol. 2012, № 1. – P. 5–36.
24. Wald I. Realtime Ray Tracing and Interactive Global Illumination / I. Wald. – Germany : Saarland University, 2004. – 297 p.