

УДК 001 (09)

Лісковець С.М.

Луцький національний технічний університет

## ПРО КУРС «ВИЩА МАТЕМАТИКА» З ОГЛЯДУ ІСТОРИЧНОГО РОЗВИТКУ

**Лісковець С.М. Про курс «Вища математика» з огляду історичного розвитку.** В статті представлені історико-документальні матеріали про викладання курсу вищої математики у вищих навчальних закладах Європи в XIX столітті. Підтвердженням поданого матеріалу є архівні документи та підручники з курсів вищої математики, що видані у відповідний історичний період.

**Ключові слова:** вища математика, арифметика, алгебра, диференціальне та інтегральне числення, практичне використання.

**Лисковец С. М. О курсе «Высшая математика» с точки зрения исторического развития.** В статье представлены историко-документальные материалы о преподавании курса высшей математики в высших учебных заведениях Европы в XIX веке. Подтверждением предлагаемого материала есть архивные документы и учебники с курсов высшей математики, которые изданы в соответствующий исторический период.

**Ключевые слова:** высшая математика, арифметика, алгебра, дифференциальное и интегральное исчисления, практическое использование.

**Liskovets S.M. About the course "Higher Mathematics" in view of historical development.** The article presents historical and documentary materials on higher mathematics teaching in higher educational establishments of Europe in the nineteenth century. Confirmation of the submitted materials is archival documents and books on higher mathematics published in the corresponding historical period.

**Keywords:** higher mathematics, arithmetic, algebra, differential and integral calculus, practical use.

**Постановка проблеми.** Аналіз основних завдань, правильний відбір базових тем, оптимальний об'єм, чітке визначення конкретних цілей, засоби практичного використання, ефективні методи подання матеріалу, методичні підходи для сприйняття найбільшої кількості необхідних розділів курсу «Вища математика» мають актуальне значення в кожному історичний період. Важливість способів організації та розроблення технологій проведення навчального процесу, його методичне забарвлення, зв'язок вищої математики з прикладними навчальними дисциплінами, практичне застосування набутих знань з математичних дисциплін, як для науково-теоретичних досліджень в професійних галузях, так і для практичного використання в різних сферах повсякденного життя – це далеко не повний перелік першочергових завдань, що ставляться перед змістом курсу «Вища математика» та організацією його проведення. Цікавим, з огляду набутого досвіду та перевірки часом, є вивчення та аналіз курсів вищої математики в контексті історичного розвитку і математичних дисциплін, і навчального процесу.

Історичні приклади вирішення проблемних завдань, що виникали перед навчальними дисциплінами, мають певне значення для формування стратегій досягнення оптимальних результатів при вивченні загальноосвітніх (природознавчих), спеціалізованих, професійних навчальних курсів, серед яких і курс «Вища математика».

**Метою дослідження** є аналіз окремих підручників з курсів вищої математики (видання XIX століття), які широко використовувалися в навчальному процесі, з ціллю ознайомлення з історичним досвідом вирішення основних завдань, що ставилися перед курсом «Вища математика». Вивчення та аналіз структури курсу, його базової частини, способів подання матеріалу, методики та порад щодо практичного використання з огляду історичного розвитку може бути підґрунтям для вирішення аналогічних завдань, що стоять перед математичними дисциплінами і в нинішній час.

**Основні результати досліджень.** В процесі дослідження наукової та педагогічної діяльності математика, обчислювача, педагога Якова Пилипа Кулика (1793-1863р.) були вивчені та проаналізовані найпопулярніші свого часу підручники та методичні розробки вченого з різних курсів вищої математики.

Варто зауважити, що на початку XIX століття викладання вищої математики в навчальних закладах Європи було достатньо поверхневим, підручники, в переважній більшості, відзначалися консервативністю, не завжди відповідали розвиткові науки, не відтворювали останні наукові досягнення. Реформування освіти набрало трохи прискорених темпів лише після конституції 1848 року. В цей же період проводилась незначна реформа вищої школи, зокрема математику розділили на дві частини: елементарну, яка викладалася для слухачів філософського факультету і була

обов'язковим предметом перші три роки, та на вищу математику, яка викладалася на вільних курсах при університеті. Крім того, ще існували кафедри практичної геометрії для техніків та геометрів. На засвоєння математики відводилося 6 годин на тиждень. В цей період був дозволений більш вільний спосіб викладання, зросла кількість і студентів, і викладачів. [1-5]. Характерною особливістю того періоду була наявність слухачів математичних кафедр університетів, які не були студентами університету, а відвідували лекції з технічних дисциплін та слухали лекції з вищої математики.

В 1831 році у Празі з'явився перший підручник Я.П. Кулика „Lerbuch höheren Analysis“ („Підручник вищого аналізу“) [6]. Як зазначав сам автор, головним завданням підручника було доступне пояснення, в першу чергу, тих розділів математики, які необхідні для вивчення механіки та фізики. Об'ємний підручник (470 сторінок) складався з чотирьох розділів, що охоплювали питання математичного аналізу та аналітичної геометрії.

Розділи були такими:

- I. Методи невизначених коефіцієнтів;
- II. Диференціальне та інтегральне числення;
- III. Криві з простою кривизною;
- IV. Поверхні та криві з подвійною кривизною.

Матеріал, викладений в підручнику, характеризувався послідовністю, доступністю, новизною. Кулик запропонував студентам курс вищого аналізу написаний на досить високому методичному рівні, підручник неодноразово доповнювався, перевидавався, користувався заслуженою популярністю. В перших двох розділах автор висвітлює основні теми, що відносяться до різних властивостей функцій, при цьому велика увага приділялася степеневим, показниковим, логарифмічним та головним гоніометричним функціям. Крім детального розгляду диференціального та інтегрального числення, Кулик звертається до деяких питань алгебри, зокрема до перетворень та розв'язування алгебраїчних рівнянь різних порядків. Автор особливо увагу приділяв розв'язкам кубічних та рівнянь четвертого степеня, пропонуючи різні способи знаходження коренів, зокрема пропонувались методи, що дозволяють отримати найбільш точні наближені значення коренів. В розділі про диференціальне та інтегральне числення автор виводить всі основні формули з таблиці похідних елементарних функцій, вводить поняття диференціалів та частинних похідних для функцій, що залежить від двох та трьох змінних. Цікавим і детальним є матеріал про представлення раціональних дробів у вигляді суми простих дробів за допомогою диференціального числення. Кулик в своєму підручнику розглядав як загальні так і частинні випадки, розкриваючи одні теми, окремі прості випадки узагальнював, для інших тем – від загальних результатів переходив до конкретних, весь матеріал супроводжувався прикладами з детальним поясненням.

Інтегрування функцій також представлено в достатньому обсязі: наводиться таблиця інтегралів, розглядаються методи інтегрування дробово-раціональних, ірраціональних, тригонометричних функцій та диференціальних біномів, при цьому пропонуються різні способи знаходження первісних. В підручнику описані методи інтегрування різних типів диференціальних рівнянь першого порядку та деяких диференціальних рівнянь другого порядку. Коротко представлений матеріал про суму числових рядів, про інтегрування та диференціювання функціональних рядів. Частина матеріалу підручника присвячена різним кривим: тригонометричним, трансцендентним, вищих порядків; досліджуються лінії другого порядку як в прямокутній, так і в полярній системах координат, тощо. Крім кривих, розглядаються поверхні першого та другого порядків, їх характеристики та властивості, наведені формули для обчислення кривизни та інших параметрів. Підручник „Lehrbuch der höheren Analysis“ містить ряд таблиць з інструкціями щодо користування, які безпосередньо застосовувалися для виконання підрахунків. Серед таблиць були також таблиці біноміальних коефіцієнтів, степені чисел 2, 3, 5 та інші. В кінці підручника автор розмістив окремі рисунки, на які є посилання в тексті.

Для того, щоб підвищити рівень викладання, збільшити інтерес до лекцій з математики, заохотити студентів до навчання Кулик вдавався до різних заходів. Він постійно прагнув студентів зацікавити різними підрахунками, що застосовувалися б до практичних потреб, або скерувати їх на абстрактні цілі, які, можливо, надихали б на наукові відкриття. Ряд математичних таблиць, розроблених Куликом, мали також методичне значення. Таблиці наочно демонстрували перевірку тих, чи інших тверджень, несли елемент зацікавленості, бажання досягнути невідоме.

Написання підручників з математики, механіки для Якова Пилипа Кулика було постійним заняттям. Перевидання, доповнення, розширення та оновлення матеріалу стали для автора звичною справою. Я.П. Кулик був автором підручників з механіки та різних курсів вищої математики, які широко використовувалися у вузах Європи, багато разів перевидувалися. Серед найпопулярніших був підручник, що складався з двох частин: „Підручник з вищого аналізу“, та „Підручник з арифметики та алгебри“ [7].

В даному підручнику матеріал математичного аналізу доповнений темами, що складають основу вищої арифметики та алгебри. В розділах, які присвячувалися арифметиці, описувалися, в першу чергу, арифметичні обчислювальні операції, пропонувалися поради, щодо виконання арифметичних дій над великими числами. Детально розглянуті теми, що утворюють початкову базу арифметики: знаходження найбільшого спільного дільника та найменшого спільного кратного кількох чисел, властивості подільності чисел, піднесення до степеня та добування кореня різних величин, наведені деякі відповідні рекурентні формули, значна частина яких детально виведена. Чимала увага в розділі „Арифметика“ (перша книга) приділяється ланцюговим дробам, зокрема перетворенням ірраціональних чисел у ланцюговий дріб, періодичним ланцюговим дробам, представленням логарифмів через ланцюговий дріб, наведені та обґрунтовані основні властивості логарифмів, відношень, пропорцій, тощо.

Розділ „Алгебра“ (друга книга) містить такі основні теми:

- біноміальні коефіцієнти, число перестановок та число комбінацій;
- матеріал, що пов'язаний з теоремою Ферма;
- рівняння першого, другого та вищих порядків;
- арифметичні та геометричні прогресії.

Вагома частка матеріалу цього розділу присвячена методам розв'язування алгебраїчних рівнянь різних порядків, аналізу структури коренів, описані ознаки, за якими можна встановити наявність кратних та уявних коренів, межі інтервалів, в яких знаходяться корені рівнянь вищих степенів.

Розглядаючи арифметичні та геометричні прогресії, Я.П. Кулик вивів основні формули, які виражають властивості членів прогресій, знаходять загальні члени та суми даних прогресій.

Матеріал математичного аналізу Кулик розмістив в так званій третій книзі „Алгебраїчний аналіз“. Доповненням до першого підручника були параграфи присвячені функціям (різним формам завдання), застосуванням гоніометричних функцій (щодо обчислення числа  $\pi$ , щодо кубічних рівнянь). Диференціальне числення було розширене темами про диференціали вищих порядків для функцій кількох змінних, детально розглядалися питання, пов'язані із представленням функцій (як однієї, так і двох змінних) в ряд Тейлора та Маклорена. Автор детально описав методи знаходження найбільшого та найменшого значень функцій, тощо. Матеріал про диференціальне числення ( обчислення, властивості, застосування) поданий в підручнику в достатньому обсязі, в послідовній та доступній манері.

„Підручник вищого аналізу“ періодично доопрацювався, та був опублікований другий том підручника [8]. Зокрема питання математичного аналізу були доповнені матеріалом для розділу „Обчислення інтегралів“, в якому автор детально описав різні методи інтегрування.

Матеріал аналітичної геометрії був доповнений двома розділами:

- геометрія подвійних координат;
- геометрія вільних координат.

Автор, у властивій йому детальній манері, описав криві першого, другого та вищих порядків, трансцендентні криві, розглянув питання випрямлення кривих ліній, вивів формули для обчислення радіуса кривизни та еволюти, дотичної та нормалі. В кінці підручника автор розмістив 85 рисунків кривих та поверхонь. В останньому розділі підручника Я.П. Кулик дослідив основні формули та застосування сферичної тригонометрії; описав перетворення координат, вивів рівняння прямої в просторі та рівняння площини, проаналізував криві з подвійним згином. Приділена також увага тілам, що обмежуються площинами, та окремим питанням варіаційного числення. Підручники користувалися успіхом серед студентів. Відповіддю на неабиякий попит була поява аналогічного двохтомного підручника з вищої математики чеською мовою [9]. Деякі частини підручника з'являлися окремим виданням, наприклад „Die Integralrechnung und die analytische Geometrie“ („Інтегральне обчислення та аналітична геометрія“) (1844 р.).

Серед визнаних підручників, одноосібним автором яких був Яків Пилип Кулик також „Підручник вищої арифметики та алгебри“ [7], який кілька разів перевидувався та доповнювався.

На титульній сторінці Кулик зазначав, що підручник містить, в першу чергу, важливі дослідження відомих вчених про числові рівняння.

За словами автора, арифметика поділяється на дві частини:

1. На вищу арифметику, яка займається функціями, її властивостями, диференціальними та інтегральними обрахунками.
2. На вищу арифметику, яка займається як кривими з простими згинами, так і кривими з подвійними згинами [7, с. 3].

Відповідно до такого розподілу автор спочатку описав коротко і лаконічно окремі вчення Лагранжа, Лапласа, Лежандра, Гаусса, Якобі, Фур'є та інших, вказуючи відповідну літературу, яка містить наукові досягнення вчених, представлення матеріалу супроводжувалося авторськими коментарями, що направлені на рівень студентів.

Перевидаючи підручник, Я.П. Кулик у більш дидактичній формі запропонував роз'яснення, доведення теорем, висновки та коментарі. Все було зроблено для того, щоб початківець знайомився з термінами, умовними позначеннями, змістом теорем та їх наслідками із невеликими затратами часу та зусиль [7, с. 6].

Будучи талановитим методистом, Кулик вмів враховувати потреби користувачів, постійно дбаючи про зручності під час користування підручником. Так, в другому виданні автор доповнив роботу початковими елементами буквеного обрахунку, навів достатню кількість наочного матеріалу, підкреслюючи, що зв'язки між теоремами можна краще пояснити за допомогою формул, ніж це робити, описуючи словами [7, с.7]. Автор акцентував увагу на практичне використання математичних розробок.

Серед основних тем підручника – дослідження різних функцій: степеневих, трансцендентних, тригонометричних, утворених за допомогою композицій, представлені їх основні властивості та графіки, описана методика дослідження функцій засобами диференціального числення, наведена достатня кількість графіків багатьох функцій. Не обійшов увагою Кулик одну із своїх улюблених тем про числа: розподіл простих чисел, розклад складених чисел на множники, квадратичні форми чисел, тощо.

Велика увага в „Підручнику вищої арифметики та алгебри“ приділяється методам розв'язування числових рівнянь, розглядається їх історичний розвиток. Я.П. Кулик описав і формули Кардано, і спосіб Варинга, який наближено визначає значення уявних коренів, і методи корекції наближених коренів, запропоновані Штурмом. В своєму підручнику Кулик зібрав та систематизував методи визначення наявності дійсних, ірраціональних та уявних коренів, визначення знаків коренів. Він описав ознаки кратних, уявних коренів алгебраїчних рівнянь, запропоновані Фур'є, Штурмом, деякі алгоритми розв'язування рівнянь третього, четвертого та п'ятого степенів. Серед питань, що розглядаються в підручнику – розв'язування окремих трансцендентних та, так званих, похідних рівнянь – рівнянь, що утворюються із початкових за допомогою відповідних перетворень, при цьому автор встановив деякі залежності коефіцієнтів та коренів рівнянь від коефіцієнтів та коренів похідних рівнянь.

Крім того, в підручнику Кулик запропонував п'ять різних методів розв'язування числових рівнянь, кожний з яких має свої переваги, і тому, як зазначає автор, непросто визначити, який з них може бути універсальним. Серед методів є розроблені відомими вченими, які в підручнику подані в детальній формі, а є й запропоновані самим автором, які не включені до інших підручників і вперше представлені на розсуд читачів. Мова йде про розв'язок алгебраїчних рівнянь третього степеня за допомогою так званих детермінантів, який Кулик пізніше розгорнуто описав в окремих працях.

„Підручник вищої арифметики та алгебри“ Я.П. Кулика крім об'ємного теоретичного та практичного матеріалу, що безпосередньо використовується в математиці, містить ряд інструкцій, роз'яснень, які необхідні в різних життєвих ситуаціях. Зокрема, Кулик в параграфі про відношення та відсотки, наводить відповідні формули обчислення та детальні пояснення щодо:

- нарахування позиттєвої ренти та ренти, обмеженої певним терміном;
- нарахування пенсії вдові за чоловіка та пенсії вдівцеві за дружину;
- нарахування страховки життя як з першим внеском, так і без першого внеску, тощо.

Прагнення Я.П. Кулика до розроблення методів для зручного використання математики як для наукових цілей, так і безпосередньо для повсякденного життя є однією із особливостей його творчої діяльності. Математичний апарат, запропонований в підручниках з математики, автор

використовував у інших навчальних посібниках, зокрема у підручнику „Anfangsgründe der höheren Mechanik“ (1846) („Основи вищої механіки“).

Підручник Я.П. Кулика „Основи вищої математики з огляду на її технічні застосування“ [10] (750 сторінок) – це ще одне підтвердження необхідності використання математичних розробок, при цьому застосування, на думку автора, повинно бути максимально зручним і ефективним, з найменшою затратою часу. Кулик в підручнику систематизував свої напрацювання, отримані під час складання математичних таблиць, для багатьох підрахунків, потрібних у різних сферах виробництва. Детальні пояснення та кінцеві обчислення різних величин і параметрів були хорошими порадами не лише для студентів, але й для інженерів, їх окремі значення розміщувалися в компактних та зручних таблицях в кінці підручника. Аналіз тем, представлених в підручниках з математики показує, що, в першу чергу, автор надавав перевагу теоретичному матеріалу, який був необхідний для вивчення фізики, механіки та для застосування математики на практиці. Ціленаправленість набутих знань, за словами автора, мала першочергове значення для отримання якісного рівня освітньої підготовки. Підручники Кулика характеризуються доступністю, матеріал поданий на високому методичному рівні з достатньою кількістю прикладів, таблиць, рисунків та креслень.

**Висновки.** Різні фактори впливають на якість викладання та вивчення навчальних дисциплін, серед яких і вища математика. Історичні приклади засвідчують необхідність обґрунтованих наукових та методичних підходів до організації і проведення навчального процесу, який вимагає постійного удосконалення. Важливою частиною курсу є та область знань, яка створює систему, адже без системи не можна претендувати на знання і основ науки, і науки в цілому. Необхідність узагальнення системно-теоретичних знань є також очевидною. Поряд із основною частиною навчальної дисципліни «Вища математика» має право на належне місце вивчення матеріалу, який направлений на практичне застосування. Важливим є спрямування курсу вищої математики на пряме прикладне значення. Основою курсу є класичні наукові досягнення математиків різних історичних періодів, що лежать в основі диференціального та інтегрального числення, алгебри, геометрії, диференціальних рівнянь, теорії ймовірностей, тощо. Обсяг, вибір головного та другорядного, наповнення курсів з вищої математики повинні залежати також від задач, які ставляться перед математичним апаратом для вирішення завдань професійного напрямку. Викладання базової частини курсу має бути спрямоване на засвоєння матеріалу, який в першу чергу, необхідний для вивчення, наукового обґрунтування та дослідження дисциплін, що пов'язані з професійною діяльністю. Важливою складовою є пояснення суті, способів застосування, зв'язку тих чи інших розділів курсу «Вища математика» з іншими навчальними курсами. Представлення обов'язкового об'єму програмного матеріалу має носити доступний формат, до якого повинні залучатися як перевірені методи (послідовність, обґрунтування, взаємозв'язок), так новітні розробки (методичні засоби, що задіють комп'ютерно-інформаційні технології).

Методика при викладанні курсів математичних дисциплін також відіграє важливу роль для засвоєння програмного матеріалу, для цілеспрямованого керування розумовою діяльністю студентів, для стимулювання бажання пізнати як базові так і детальні основи курсів, ефективні методичні розробки суттєво впливають на активність студентів, а отже на виконання основного завдання курсу-отримання системних знань.

#### Список використаних джерел.

1. История отечественной математики [Под ред. Штоколо И.З.] – К.: Наукова думка, 1967. – [Т.2. 1801–1917]. – 616 с.
2. Вилейтнер Г. Хрестоматия по истории математики, составленная по первоисточникам [Пер. с нем. П.С. Юшкевича, А.П. Юшкевича]. – М.: ОНТИ, 1935. – [Изд. 2-е.]. – 336 с.
3. Стройк Д.Я. Краткий очерк истории математики / Д.Я. Стройк. – М.: Наука, 1978. – 327 с.
4. Клейн Ф. Лекции о развитии математики в XIX столетии / Ф. Клейн. – М.: Наука, 1978. – 454с.
5. Конфорович А.Г. История розвитку математики. Методичні вказівки / А.Г. Конфорович, Г.М. Андрієвська. – К.: Вища школа, 1980. – 92 с.
6. Kulik J.P. Lehrbuch der höheren Arithmetik und Algebra / J.P. Kulik. – Prag, 1843–1844. – 400 s.
7. Kulik J.P. Lehrbuch der höheren Analysis. Lehrbuch der höheren Arithmetik und Algebra. / J.P. Kulik. – Prag, 1843. – 390 s.
8. Kulik J.P. Lehrbuch der höheren Analysis. Zweiter Band / J.P. Kulik. – Prag, 1844. – 400 s.
9. Kulik J.P. Wyzsza matematyka / J.P. Kulik. – Prag, 1850. – 420 s.
10. Kulik J.P. Anfangsgründe der höheren Mathematik mit Rücksicht auf ihre technischen Anwendungen / J.P. Kulik. – Leipzig, 1846. – 750 s.